

CHƯƠNG 1

PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 2

KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là hệ thức dạng: $ax + by = c$, trong đó a, b, c là các số cho trước, $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$.

Cho phương trình bậc nhất hai ẩn x, y : $ax + by = c$. Nếu $ax_0 + by_0 = c$ là khẳng định đúng thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là **một nghiệm của phương trình** $ax + by = c$.

Chú ý:

- Mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn đều có vô số nghiệm.
- Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ là một đường thẳng. Đường thẳng đó gọi là đường thẳng $ax + by = c$.

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

• Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (I),$$
 ở đó mỗi phương trình $a_1x + b_1y = c_1$ và $a_2x + b_2y = c_2$ đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

• Nếu cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của từng phương trình trong hệ (I) thì cặp $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của hệ (I) .

- Giải hệ phương trình là tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình đó.

Bài 1. Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình: $x - 3y = 5$

a) $(2; -1)$

b) $(-5; 0)$

c) $\left(0; -\frac{5}{3}\right)$

Bài 2. Hãy kiểm tra xem mỗi cặp số $(x; y) = (1; 1)$ có phải là một nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \text{ hay không?}$$

Bài 3. Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$

a) $(1; -1)$

b) $(2; 0)$

Bài 4. Với mỗi phương trình sau, tìm nghiệm tổng quát của phương trình

a) $4x - y = 1$

b) $x + 3y = -2$

Bài 5. Tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình sau:

$$x + 2y - 3 = 0.$$

Bài 6. Hãy tìm giá trị của m để điểm $A(1; -2)$ thuộc đường thẳng $(m - 2)x - y + m + 3 = 0$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Nếu là phương trình bậc nhất hai ẩn thì hãy xác định các hệ số a, b, c .

a) $2024x - 2025y = 2026$

b) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 1$

c) $0x - 2y = -3$

d) $x - 0y = 0$

e) $0x + 0y = -1$

Bài 8. Trong các cặp số sau $(12; 1); (1; 1); (2; -3); (1; -2)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y = 19$.

Bài 9. Tìm tập nghiệm của những phương trình sau

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$

b) $|x| - y = 1$

c) $\frac{1}{x} + 2y = 3$

Bài 10. Kiểm tra xem cặp số $(-4; 5)$ là nghiệm của hệ phương trình nào trong các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ -3x + 2y = 21 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -12 \\ x + \frac{1}{3} = \frac{-7}{3} \end{cases}$

Bài 11. Hãy kiểm tra xem mỗi cặp số sau có là nghiệm của hệ phương trình tương ứng hay không

a) $(1; 2)$ và $\begin{cases} 3x - 5y = -7 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

b) $(-2; 5)$ và $\begin{cases} 2x - 3y = -19 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$

Bài 12. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(2; -1)$ là nghiệm của phương trình $mx - 5y = 3m - 1$

Bài 13. Trong mỗi trường hợp sau, hãy tìm giá trị của m để:

a) điểm $M(-1;3)$ thuộc đường thẳng $mx + 2y = 4$.

b) điểm $N(1;-1)$ thuộc đường thẳng $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$.

c) điểm $Q(2;1)$ thuộc đường thẳng $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$.

Bài 14. Cho phương trình sau: $3x + 2y = 9 - m$ (1). Tìm $m \in N$ để phương trình (1) có nghiệm nguyên dương

CHƯƠNG 1

PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 2

KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là hệ thức dạng: $ax + by = c$, trong đó a, b, c là các số cho trước, $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$.

Cho phương trình bậc nhất hai ẩn x, y : $ax + by = c$. Nếu $ax_0 + by_0 = c$ là khẳng định đúng thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là **một nghiệm của phương trình** $ax + by = c$.

Chú ý:

- Mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn đều có vô số nghiệm.
- Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ là một đường thẳng. Đường thẳng đó gọi là đường thẳng $ax + by = c$.

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

- Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (I),$$
 ở đó mỗi phương trình

$a_1x + b_1y = c_1$ và $a_2x + b_2y = c_2$ đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

- Nếu cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của từng phương trình trong hệ (I) thì cặp $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của hệ (I) .
- Giải hệ phương trình là tìm tất cả các nghiệm của hệ phương trình đó.

Bài 1. Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình: $x - 3y = 5$

a) $(2; -1)$

b) $(-5; 0)$

c) $\left(0; -\frac{5}{3}\right)$

Lời giải

a) Thay $x = 2; y = -1$ ta có: $2 - 3 \cdot (-1) = 5$

Vậy $(2; -1)$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

b) Thay $x = -5; y = 0$ ta có: $-5 - 3 \cdot 0 \neq 5$

Vậy $(-5; 0)$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

c) Thay $x = 0; y = -\frac{5}{3}$ ta có: $0 - 3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = 5$

Vậy $\left(0; -\frac{5}{3}\right)$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

Bài 2. Hãy kiểm tra xem mỗi cặp số $(x; y) = (1; 1)$ có phải là một nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \text{ hay không?}$$

Lời giải

Thay $(x; y) = (1; 1)$ vào hệ phương trình: $\begin{cases} 2 \cdot 1 + 1 = 3 \\ 2 \cdot 1 - 1 = 1 \end{cases}$ đúng.

Vậy $(1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Bài 3. Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$

a) $(1; -1)$

b) $(2; 0)$

Lời giải

a) Thay $x = 1; y = -1$ vào mỗi phương trình trong hệ, ta có:

$$1 - 2 \cdot (-1) = 3$$

$$1 - (-1) = 2$$

Suy ra cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của từng phương trình trong hệ

Vậy $(1; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình đã cho.

b) Thay $x = 2; y = 0$ vào mỗi phương trình trong hệ, ta có:

$$2 - 2 \cdot 0 \neq 3$$

$$2 - 0 = 2$$

Suy ra cặp số $(2; 0)$ không là nghiệm của phương trình thứ nhất trong hệ đã cho

Vậy $(2;0)$ không là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Bài 4. Với mỗi phương trình sau, tìm nghiệm tổng quát của phương trình

a) $4x - y = 1$

b) $x + 3y = -2$

Lời giải

a) Giải phương trình: $4x - y = 1$ (1)

Ta có: (1) $\Leftrightarrow y = 4x - 1$

Nếu cho x một giá trị bất kỳ thì cặp số $(x; y)$ trong đó $y = 4x - 1$, là một nghiệm của phương trình (1)

Như vậy ta có tập nghiệm của phương trình (1) là: $S = \{(x; 4x - 1) / x \in \mathbb{R}\}$

b) Ta có: $x + 3y = -2$ (2) $\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3} - \frac{x}{3}$

Nếu cho x một giá trị bất kỳ thì cặp số $(x; y)$ trong đó $y = -\frac{2}{3} - \frac{x}{3}$, là một nghiệm của phương trình (2)

Như vậy ta có tập nghiệm của phương trình (2) là: $S = \left\{ \left(x; -\frac{2}{3} - \frac{x}{3} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$

Bài 5. Tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình sau:

$x + 2y - 3 = 0$.

Lời giải

◆ Tìm nghiệm tổng quát

$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x = -2y + 3 \Rightarrow \begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -2y + 3 \end{cases}$$

$$\text{Hoặc } x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình $x + 2y - 3 = 0$ là $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -2y + 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$

◆ Vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình

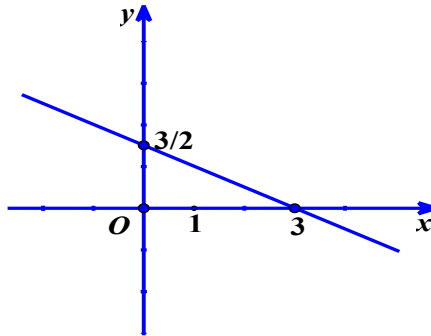
$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

Bảng giá trị

x	0	3
$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0

Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ đi qua $A(3;0), B(0;\frac{3}{2})$

Vẽ đồ thị



Nghiệm của phương trình $x + 2y - 3 = 0$ là tập hợp các điểm $(x; y)$ thuộc đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Bài 6. Hãy tìm giá trị của m để điểm $A(1; -2)$ thuộc đường thẳng $(m - 2)x - y + m + 3 = 0$.

Lời giải

Do điểm $A(1; -2)$ thuộc đường thẳng $(m - 2)x - y + m + 3 = 0$ nên :

$$(m - 2) \cdot 1 - (-2) + m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$$

Vậy $m = -\frac{3}{2}$ là giá trị cần tìm.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Nếu là phương trình bậc nhất hai ẩn thì hãy xác định các hệ số a, b, c .

- a) $2024x - 2025y = 2026$ b) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 1$ c) $0x - 2y = -3$
d) $x - 0y = 0$ e) $0x + 0y = -1$

Bài 8. Trong các cặp số sau $(12;1);(1;1);(2;-3);(1;-2)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $2x - 5y = 19$.

Lời giải

Ta có các cặp số: $(12;1);(2;-3)$ là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 19$

Còn các cặp số $(1;1);(1;-2)$ không là nghiệm của phương trình $2x - 5y = 19$

Bài 9. Tìm tập nghiệm của những phương trình sau

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$

b) $|x| - y = 1$

c) $\frac{1}{x} + 2y = 3$

Lời giải

a) Ta có: $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{5}{2}x \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ x \in \mathbb{R} / y = \frac{5x}{2} \right\}$

b) Ta có: $|x| - y = 1$

- Nếu $x \geq 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x - y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \\ y = x - 1 \end{cases}$

- Nếu $x < 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -x - y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R}, x < 0 \\ y = -x - 1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{x \geq 0 / y = x - 1\} \cup \{x < 0 / y = -x - 1\}$

c) Ta có: $\frac{1}{x} + 2y = 3$ (1) với điều kiện $x \neq 0$

Đặt $\frac{1}{x} = t \Rightarrow t \neq 0, \forall t \neq 0, \exists x = \frac{1}{t}$

Từ (1) $\Rightarrow t + 2y = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ t = 3 - 2y \end{cases}$

Với $t \neq 0 \Leftrightarrow 3 - 2y \neq 0 \Leftrightarrow y \neq \frac{3}{2}$

Vậy khi đó phương trình (1) có nghiệm $(x; y)$ là: $\begin{cases} y \in \mathbb{R}, y \neq \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{3 - 2y} \end{cases}$

Bài 10. Kiểm tra xem cặp số $(-4; 5)$ là nghiệm của hệ phương trình nào trong các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ -3x + 2y = 21 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -12 \\ x + \frac{1}{3} = \frac{-7}{3} \end{cases}$

Lời giải

a) Thay $x = -5; y = 5$ vào $-3x + 2y = 21$ ta được: $-1 \cdot (-4) + 2 \cdot 5 = 21$ (vô lý)

Vậy cặp số $(-4; 5)$ không phải là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ -3x + 2y = 21 \end{cases}$

b) Tương tự ta có cặp số $(-4;5)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -12 \\ x + \frac{1}{3} = \frac{-7}{3} \end{cases}$$

Bài 11. Hãy kiểm tra xem mỗi cặp số sau có là nghiệm của hệ phương trình tương ứng hay không

a) $(1;2)$ và
$$\begin{cases} 3x - 5y = -7 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$
 b) $(-2;5)$ và
$$\begin{cases} 2x - 3y = -19 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$$

Lời giải

a) Thay $x = 1; y = 2$ vào hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} 3.1 - 5.2 = -7 \\ 2.1 + 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 = -7 \\ 4 = 4 \end{cases} \text{ (luôn đúng)}$$

Vậy cặp số $(1;2)$ là nghiệm của hệ phương trình

b) Thay $x = -2; y = 5$ vào hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} 2.(-2) - 3.5 = -19 \\ -3.(-2) + 2.5 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - 15 = -19 \\ 6 + 10 = 7 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Vậy cặp số $(-2;5)$ không là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - 3y = -19 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$$

Bài 12. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $mx - 5y = 3m - 1$

Lời giải

Để cặp số $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $mx - 5y = 3m - 1$ ta phải có:

$$2m - 5(-1) = 3m - 1 \Leftrightarrow m = 6$$

Vậy $m = 6$ là giá trị cần tìm.

Bài 13. Trong mỗi trường hợp sau, hãy tìm giá trị của m để:

- a) điểm $M(-1;3)$ thuộc đường thẳng $mx + 2y = 4$.
- b) điểm $N(1;-1)$ thuộc đường thẳng $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$.
- c) điểm $Q(2;1)$ thuộc đường thẳng $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$.

Lời giải

a) Điểm $M(-1;3)$ thuộc đồ thị hàm số $mx + 2y = 4$ khi $m.(-1) + 2.3 = 4 \Leftrightarrow m = 2$

b) Điểm $N(1;-1)$ thuộc đồ thị hàm số $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$ khi

$$(m-2) - (3m-1) = 6m-2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}$$

c) Điểm $Q(2;1)$ thuộc đồ thị hàm số $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$ khi

$$(2m-1).1 + 3(m-1)(-1) = 4m-2 \Leftrightarrow m = 1$$

Bài 14. Cho phương trình sau: $3x + 2y = 9 - m$ (1). Tìm $m \in N$ để phương trình (1) có nghiệm nguyên dương

Lời giải

Ta có: $m \in N \Rightarrow 9 - m \leq 9$

$$3x + 2y \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \frac{9 - 2y}{3}$$

Lại có: $y \in N^* \Rightarrow y \geq 1 \Rightarrow x \leq \frac{9 - 2}{3} < 3 \Rightarrow x \in \{1; 2\}$

- Nếu $x = 1 \Rightarrow 2y = 6 - m \Leftrightarrow y = 3 - \frac{m}{2}$, mà $y \in N^* \Rightarrow m \in \{0; 2; 4\}$

- Nếu $x = 2 \Rightarrow 2y = 3 - m \Leftrightarrow y = 1 + \frac{1 - m}{2}$, mà $y \in N^* \Rightarrow m = 1$

Vậy điều kiện cần tìm của m là: $m \in \{0; 1; 2; 4\}$

BÀI 2

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Ta có thể giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế theo các bước sau:

- **Bước 1: Thế để đưa về phương trình một ẩn**

Từ một phương trình của hệ đã cho, ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia, rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới chỉ còn một ẩn.

- **Bước 2: Giải phương trình một ẩn**

Giải phương trình một ẩn ở **bước 1** để tìm giá trị ẩn đó.

- **Bước 3: Tìm ẩn còn lại và kết luận**

Thế giá trị vừa tìm được của ẩn đó ở **bước 2** vào biểu thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia ở **bước 1** để tìm giá trị của ẩn còn lại. Từ đó, ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Chú ý: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có thể có nghiệm duy nhất hoặc vô nghiệm hoặc vô số nghiệm.

2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Ta có thể giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số theo các bước sau:

- **Bước 1: Làm cho hai hệ số của một ẩn nào đó bằng nhau hoặc đối nhau**

Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.

- **Bước 2: Đưa về phương trình một ẩn**

Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình nhận được ở **bước 1** để được một phương trình một ẩn. Rồi giải phương trình một ẩn đó.

- **Bước 3: Tìm ẩn còn lại và kết luận**

Thế giá trị vừa tìm được của ẩn đó ở **bước 2** vào một trong hai phương trình của hệ đã cho để tìm giá trị của ẩn còn lại. Từ đó, ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

DẠNG 1**GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN CƠ BẢN**

Bài 1. Giải hệ các phương trình sau bằng phương pháp thế:

a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ -4x + y = 3 \end{cases}$$

Bài 2. Giải hệ các phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a)
$$\begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

Bài 3. Giải hệ các phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$$

Bài 4. Giải hệ các phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x - 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 5. Giải hệ các phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

Bài 6. Giải hệ các phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Bài 7. Giải hệ các phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

Bài 8. Giải hệ các phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y - 8 = 0 \\ 3x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

DẠNG 2**HỆ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN****Bài 9.** Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$$

Bài 10. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) - 5y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy - 1 \\ (x-3)(y-3) = xy - 3 \end{cases}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN**Bài 11.** Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+y)(x-1) = (x-y)(x+1) + 2(xy+1) \\ (y-x)(y+1) = (y+x)(y-2) - 2xy \end{cases}$$

Bài 12. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 5(x+2y) - 3(x-y) = 99 \\ x - 3y = 7x - 4y - 17 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-3)(2y+5) = (2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6) = (6x-1)(2y+3) \end{cases}$$

Bài 13. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 5(x+2y) - 3(x-y) = 99 \\ x - 3y = 7x - 4y - 17 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-2)(6y+1) = (2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9) = (4x-1)(6y-5) \end{cases}$$

Bài 14. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 3(y-5) + 2(x-3) = 0 \\ 7(x-4) + 3(x+y-1) - 14 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+1)(y-1) = (x-2)(y+1) - 1 \\ 2(x-2)y - x = 2xy - 3 \end{cases}$$

Bài 15. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy - 1 \\ (x-3)(y+3) = xy - 3 \end{cases}$$

Bài 16. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 17. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3x+2}{3} + \frac{y-1}{2} = 1 \\ \frac{4x+y}{4} + \frac{y+1}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 7 \\ \frac{5}{3}x - \frac{3}{2}y = 1 \end{cases}$$

Bài 18. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3y-2} = 1 \\ 3(3y+2) - 4(x+2y) = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

Bài 19. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x-y-1 \\ \frac{4x+y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} - \frac{x-y-1}{3} \end{cases}$$

DẠNG 3**GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG CÁCH ĐẶT ẨN PHỤ****Bài 20.** Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1 \end{cases}$$

Bài 21. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{5x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN**Bài 22.** Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{5}{x+y-3} - \frac{2}{x-y+1} = 8 \\ \frac{3}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Bài 23. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{2x}{x+2} - \frac{3y}{y+1} = -4 \\ \frac{x}{x+2} + \frac{2y}{y+1} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bài 24. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{4x-y} - \frac{10}{2x+3y} = -1 \\ \frac{4}{4x-y} + \frac{3}{2x+3y} = \frac{29}{15} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} - \frac{4x-6}{3-2y} = -1 \\ \frac{2-4x}{3y+1} + \frac{3-2x}{3-2y} = -3 \end{cases}$$

Bài 25. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{y}{y-1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = -1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

Bài 26. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 7x^2 + 13y = -39 \\ 5x^2 - 11y = 33 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+2)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases}$$

Bài 27. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+2)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + 2(y^2 + 2y) = 10 \\ 3x^2 - (y^2 + 2y) = 9 \end{cases}$$

DẠNG 4**ỨNG DỤNG GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG BÀI TOÁN TÌM HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ**

Bài 28. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2mx + y = m \\ x - my = -1 - 6m \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(-2; 1)$ là nghiệm của phương trình đã cho

Bài 29. Xác định a và b , biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; 5)$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 30. Cho hệ phương trình $\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x - m^2y = -7 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(1; 2)$ là nghiệm của phương trình đã cho

Bài 31. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + by = -2 \\ bx - ay = -3 \end{cases}$. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ phương trình có nghiệm là $(1; -2)$.

Bài 32. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 4x + ay = 6 \\ bx - 2ay = 8 \end{cases}$. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ phương trình có nghiệm là $(1; -1)$.

Bài 33. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$. Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2; -1)$.

Bài 34. Cho hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x}{a} - y = \frac{2}{b} \\ x - \frac{y}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases}$

Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$

Bài 35. Xác định các hệ số a và b , biết rằng hệ phương trình sau $\begin{cases} (3a - 2)x + 2(2b + 1)y = 30 \\ (a + 2)x - 2(3b - 1)y = -20 \end{cases}$ có nghiệm là $(3; -1)$.

Bài 36. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (3a + b)x + (4a - b + 1)y = 35 \\ bx + 4ay = 29 \end{cases}$. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ phương trình có nghiệm là $(1; -3)$.

Bài 37. Xác định các hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$ để:

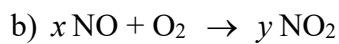
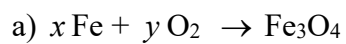
a) Đồ thị của nó đi qua hai điểm $A(1; 3), B(2; 4)$

b) Đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 .

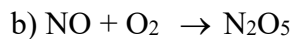
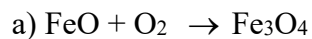
DẠNG 5

ỨNG DỤNG GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG PHẢN ỨNG HÓA HỌC

Bài 38. Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:



Bài 39. Cân bằng phương trình ứng hóa học sau bằng phương pháp đại số:



BÀI 3

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Ta có thể giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế theo các bước sau:

- **Bước 1: Thế để đưa về phương trình một ẩn**

Từ một phương trình của hệ đã cho, ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia, rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới chỉ còn một ẩn.

- **Bước 2: Giải phương trình một ẩn**

Giải phương trình một ẩn ở **bước 1** để tìm giá trị ẩn đó.

- **Bước 3: Tìm ẩn còn lại và kết luận**

Thế giá trị vừa tìm được của ẩn đó ở **bước 2** vào biểu thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia ở **bước 1** để tìm giá trị của ẩn còn lại. Từ đó, ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Chú ý: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có thể có nghiệm duy nhất hoặc vô nghiệm hoặc vô số nghiệm.

2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Ta có thể giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số theo các bước sau:

- **Bước 1: Làm cho hai hệ số của một ẩn nào đó bằng nhau hoặc đối nhau**

Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.

- **Bước 2: Đưa về phương trình một ẩn**

Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình nhận được ở **bước 1** để được một phương trình một ẩn. Rồi giải phương trình một ẩn đó.

- **Bước 3: Tìm ẩn còn lại và kết luận**

Thế giá trị vừa tìm được của ẩn đó ở **bước 2** vào một trong hai phương trình của hệ đã cho để tìm giá trị của ẩn còn lại. Từ đó, ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

DẠNG 1**GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN CƠ BẢN****Bài 1.** Giải hệ các phương trình sau bằng phương pháp thế:

a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ -4x + y = 3 \end{cases}$$

Bài giải

a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

Cách 1: Thế y theo x ở phương trình thứ nhất

Ta có
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 4x - 3(5 - x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ 7x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Cách 2: Thế x theo y ở phương trình thứ nhất

Ta có
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ 4(5 - y) - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ -7y = -21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

b)
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

Cách 1: Ta có
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2y \\ 2(2 + 2y) - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2y \\ 0y = 0 \end{cases}$$

Ta thấy rằng $0y = 0$ có nghiệm đúng với mọi $y \in R$

Do đó hệ phương trình vô số nghiệm.

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x = 2 + 2y$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ tính bởi công thức
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2y \\ y \in R \end{cases}$$

Cách 2: Ta có
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 1 \\ 2x - 4\left(\frac{1}{2}x - 1\right) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 1 \\ 0x = 0 \end{cases}$$

Ta thấy rằng $0x = 0$ có nghiệm đúng với mọi $x \in R$

Do đó hệ phương trình vô số nghiệm.

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $y = \frac{1}{2}x - 1$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ tính bởi công thức $\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 1 \\ x \in R \end{cases}$

c) $\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ -4x + y = 3 \end{cases}$

Cách 1: Ta có $\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ -4x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2(3 + 4x) = 10 \\ y = 3 + 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = 16 \\ y = 3 + 4x \end{cases}$

Ta thấy phương trình $0x = 16$ vô nghiệm với mọi $x \in R$

Do đó hệ phương trình vô nghiệm.

Cách 2: Ta có $\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ -4x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\left(\frac{1}{4}y - \frac{3}{4}\right) - 2y = 10 \\ y - 3 = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0y = 16 \\ x = \frac{1}{4}y - \frac{3}{4} \end{cases}$

Ta thấy phương trình $0y = 16$ vô nghiệm với mọi $y \in R$

Do đó hệ phương trình vô nghiệm.

Bài 2. Giải hệ các phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$

Bài giải

a) Ta có $\begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

b) Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 2 ta được phương trình tương đương

$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 4 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = 0 \\ x - 2 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = 0 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$

Do đó hệ phương trình có vô số nghiệm

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $y = \frac{1}{2}x - 1$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ tính bởi công thức $\begin{cases} x \in R \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 12 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 5 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-4; 5)$

Bài 3. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 20 \\ x + 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 5 + 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (5; 2)$

$$b) \text{ Ta có: } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 18 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x; y) = (2; 1)$.

$$c) \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 4 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 4x - 1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (2; 1)$.

Bài 4. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x - 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \text{ Ta có: } \begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$.

b) Ta có:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 10 = 0 \\ 2x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ 2x - 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 30 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 26 \\ 3y = 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{2x + 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$c) \text{ Ta có } \begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x \\ x - 2(1 - 3x) = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x \\ x - 2 + 6x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 3x \\ 7x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 3 \cdot 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -2)$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 5. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 12 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \cdot 1 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là $S = \{(1; -2)\}$.

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2; y = 1$.

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 10 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.

Bài 6. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $S = \{(1; -2)\}$.

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 7y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (3; 2)$.

Bài 7. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 10 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = -3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 2x = 7 + (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $S = \{(3; -1)\}$

$$b) \begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 20 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -11 \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = -11 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (16; -11)$

$$c) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 0 - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(0; 2)$

Bài 8. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y - 8 = 0 \\ 3x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4y - 2}{3} \\ 5 \cdot \left(\frac{4y - 2}{3}\right) + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4y - 2}{3} \\ 26y = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y - 8 = 0 \\ 3x - 4y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 6 \\ x = \frac{8 - 2y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{8 - 2 \cdot 1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là $S = \{(2; 1)\}$.

$$c) \begin{cases} 3x - y + 4 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = -8 \\ 6x + 9y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 11 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (-1; 1)$.

DẠNG 2**HỆ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN****Bài 9.** Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4y=2x-2y \\ 5x=3y+15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6y=0 \\ 5x-3y=15 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = \left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{6}\right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 8y = 24 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 21 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(3; \frac{3}{2}\right)$

Bài 10. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) - 5y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy - 1 \\ (x-3)(y-3) = xy - 3 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} 2(x+y) - 5y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 6 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 1)$.

$$\text{b) } \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy - 1 \\ (x-3)(y-3) = xy - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - x + y - 1 = xy - 1 \\ xy - 3x - 3y + 9 = xy - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 0 \\ -3x - 3y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 2$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 11. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+y)(x-1)=(x-y)(x+1)+2(xy+1) \\ (y-x)(y+1)=(y+x)(y-2)-2xy \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-1}{2} \\ y=\frac{27}{2} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{27}{2}\right)$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+y)(x-1)=(x-y)(x+1)+2(xy+1) \\ (y-x)(y+1)=(y+x)(y-2)-2xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)(x-1)=(x-y)(x+1)+2(xy+1) \\ (y-x)(y+1)=(y+x)(y-2)-2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(-1; \frac{1}{3}\right)$

Bài 12. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-3)(2y+5)=(2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6)=(6x-1)(2y+3) \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10y-3x+3y=99 \\ x-3y-7x+4y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13y=99 \\ -6x+y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 7)$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-3)(2y+5)=(2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6)=(6x-1)(2y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-79}{511} \\ y=\frac{-51}{73} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-79}{511}; \frac{-51}{73}\right)$.

Bài 13. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-2)(6y+1)=(2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9)=(4x-1)(6y-5) \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13y=99 \\ 6x-y=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 7)$

$$b) \begin{cases} (x-2)(6y+1) = (2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9) = (4x-1)(6y-5) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6xy+x-12y=6xy+2x-9y-3 \\ 24xy-18x+12y-9=24xy-20x-6y+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; 1)$

Bài 14. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 3(y-5)+2(x-3)=0 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)-14=0 \end{cases} \qquad b) \begin{cases} (x+1)(y-1) = (x-2)(y+1)-1 \\ 2(x-2)y-x = 2xy-3 \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} 3(y-5)+2(x-3)=0 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)-14=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=21 \\ 10x+3y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 5)$

$$b) \begin{cases} (x+1)(y-1) = (x-2)(y+1)-1 \\ 2(x-2)y-x = 2xy-3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=2 \\ x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{17}{11} \\ y=\frac{4}{11} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{17}{11}; \frac{4}{11}\right)$

Bài 15. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases} \qquad b) \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy-1 \\ (x-3)(y+3) = xy-3 \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-1}{2} \\ y=\frac{-13}{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy-1 \\ (x-3)(y+3) = xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \emptyset \\ y = \emptyset \end{cases}$$

Bài 16. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

Điều kiện $x \neq 0; y \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x = -y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-y + 1) - 2y = 0 \\ x = -y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$

$$b) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 3(x+y) - 4y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; -3)$

Bài 17. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \frac{3x+2}{3} + \frac{y-1}{2} = 1 \\ \frac{4x+y}{4} + \frac{y+1}{2} = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 7 \\ \frac{5}{3}x - \frac{3}{2}y = 1 \end{cases}$$

Bài giải

$$a) \begin{cases} \frac{3x+2}{3} + \frac{y-1}{2} = 1 \\ \frac{4x+y}{4} + \frac{y+1}{2} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+3y = 5 \\ 4x+3y = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{19}{2} \\ y = -14 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{19}{2}; -14\right)$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 7 \\ \frac{5}{3}x - \frac{3}{2}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y = 42 \\ 10x-9y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (6; 6)$

Bài 18. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3y-2} = 1 \\ 3(3y+2) - 4(x+2y) = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3y-2} = 1 \\ 3(3y+2) - 4(x+2y) = 0 \end{cases} \quad (3y-2 \neq 0 \Leftrightarrow y \neq \frac{2}{3})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 = 3y-2 \\ 9y+6-4x-8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,3 \\ y = 3,2 \end{cases} (tm)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2, 3; 3, 2)$

$$\text{b) } \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+5y = 4x-3 \\ 14x+42y = 15-9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (12; -3)$

Bài 19. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x-y-1 \\ \frac{4x+y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} - \frac{x-y-1}{3} \end{cases}$$

Bài giải

a)

$$\begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + 3x - y - 3 = xy + 27 \\ xy + x - 2y - 2 = xy + 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 30 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x; y) = (10; 0)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (10; 0)$

b) Ta có:

$$\begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x-y-1 \\ \frac{4x+y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} - \frac{x-y-1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5(2x-3y) - 4(x+y-1) = 20(2x-y-1) \\ 3(4x+y-2) = 2(2x-y-3) - 4(x-y-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{-4}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{2}{3}; \frac{-4}{3}\right)$

DẠNG 3**GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG CÁCH ĐẶT ẨN PHỤ****Bài 20.** Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 7 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

Điều kiện $x, y \neq 0$.

$$\text{Đặt } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \Rightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{12} \\ 8a + 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 8b = \frac{2}{3} \\ 8a + 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{28} \\ b = \frac{1}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (28; 21)$.

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 7 \end{cases}$$

Điều kiện $x, y \neq 0$

$$\text{Đặt } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 3a - 2b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (1; -\frac{1}{2})$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -\frac{1}{2})$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1 \end{cases} \quad (x \neq -2y; y \neq -2x)$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x+2y}; b = \frac{1}{y+2x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 4a-3b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{10}{7} \\ b=\frac{11}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = y = \frac{1}{3}$

Bài 21. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{5x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{5x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y} = \frac{1}{12} \end{cases} (x, y \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{5}u + v = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4}u + \frac{3}{4}v = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{36} \\ v = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 12 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (36; 12)$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{19}{7}; \frac{4}{3}\right)$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 22. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{5}{x+y-3} - \frac{2}{x-y+1} = 8 \\ \frac{3}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{5}{x+y-3} - \frac{2}{x-y+1} = 8 \\ \frac{3}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{5}{x+y-3} - \frac{2}{x-y+1} = 8 \\ \frac{3}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases} (x+y \neq 3; x-y \neq -1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5u - 2v = 8 \\ 3u + v = 1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = \frac{-3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y-3} = 1 \\ \frac{1}{x-y+1} = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3 = 1 \\ 3(x - y + 1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1\frac{1}{6} \\ y = 2\frac{5}{6} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(1\frac{1}{6}; 2\frac{5}{6}\right)$

$$\text{b. } \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4u - 5v = \frac{5}{2} \\ 3u + v = \frac{7}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8u - 10v = 5 \\ 15u + 5v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \begin{cases} x = \frac{-10}{3} \\ y = \frac{19}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-10}{3}; \frac{19}{3}\right)$

Bài 23. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x}{x+2} - \frac{3y}{y+1} = -4 \\ \frac{x}{x+2} + \frac{2y}{y+1} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x} = a$ và $\frac{1}{y} = b$.

$$\text{Hệ phương trình trở thành: } \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 3a - b = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 6a - 2b = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 7a = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Từ đó suy ra $x = 2; y = 4$

Thử lại thấy thỏa mãn. Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 4)$

$$b) \begin{cases} \frac{2x}{x+2} - \frac{3y}{y+1} = -4 \\ \frac{x}{x+2} + \frac{2y}{y+1} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Đặt $\frac{x}{x+2} = a; \frac{y}{y+1} = b$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ a + 2b = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 2a + 4b = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 7b = \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$

Với $a = -1 \Rightarrow \frac{x}{x+2} = -1 \Rightarrow x = -x - 2 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

Với $b = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y}{y+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3y = 2y + 2 \Leftrightarrow y = 2$

Thử lại thấy thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ là $(-1; 2)$

Bài 24. Giải hệ các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \frac{3}{4x-y} - \frac{10}{2x+3y} = -1 \\ \frac{4}{4x-y} + \frac{3}{2x+3y} = \frac{29}{15} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} - \frac{4x-6}{3-2y} = -1 \\ \frac{2-4x}{3y+1} + \frac{3-2x}{3-2y} = -3 \end{cases}$$

Bài giải

$$a. \begin{cases} \frac{3}{4x-y} - \frac{10}{2x+3y} = -1 \\ \frac{4}{4x-y} + \frac{3}{2x+3y} = \frac{29}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 10b = -1 \\ 4a + 3b = \frac{29}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất

là: $(x; y) = (1; 1)$

$$b. \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} - \frac{4x-6}{3-2y} = -1 \\ \frac{2-4x}{3y+1} + \frac{3-2x}{3-2y} = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2b = -1 \\ -2a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} = 1 \\ \frac{2x-3}{3-2y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $(x; y) = \left(\frac{11}{5}; \frac{4}{5}\right)$

Bài 25. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{y}{y-1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{x+1} - \frac{y}{y-1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = -1 \end{cases} \quad \text{Điều kiện } x \neq -1, y \neq 1.$$

$$\text{Đặt } u = \frac{x}{x+1}; v = \frac{y}{y-1}.$$

$$\text{Theo bài ra ta có hệ phương trình: } \begin{cases} u-v=3 \\ u+3v=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=3+v \\ 3+v+3v=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=3+v \\ 4v=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=-1 \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} \frac{x}{x+1} = 2 \\ \frac{y}{y-1} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x+2 \\ y = 1-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ thỏa điều kiện}$$

$$\text{Vậy hệ có nghiệm duy nhất } x = -2; y = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x-y+2}; b = \frac{1}{x+y-1}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7a-5b = \frac{9}{2} \\ 3a+2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a-10b = 9 \\ 3a+2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a-10b = 9 \\ 15a+10b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất } (x; y) = (1; 2)$$

Bài 26. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 7x^2 + 13y = -39 \\ 5x^2 - 11y = 33 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+2)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} 7x^2 + 13y = -39 \\ 5x^2 - 11y = 33 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } x^2 = u \geq 0; y = v \Rightarrow \begin{cases} 7u - 13v = -39 \\ 5u - 11v = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (0; -3)$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x^2 = u \geq 0 \\ y^2 = v \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u + v = 10 \\ u - 2v = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 5 \\ v = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 5 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = (5; 0); (-5; 0)$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = (-1; -1); (-5; -1)$

Bài 27. Giải hệ các phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+2)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + 2(y^2 + 2y) = 10 \\ 3x^2 - (y^2 + 2y) = 9 \end{cases}$$

Bài giải

$$\text{a) } \begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+2)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} (x+3)^2 = u \geq 0 \\ v = y^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u - 2v = 6 \\ 3u + 5v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 4 \\ y^3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \\ v = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + 2(y^2 + 2y) = 10 \\ 3x^2 - (y^2 + 2y) = 9 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 \geq 0 \\ v = y^2 + 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u + 2v = 10 \\ 6u - 2v = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = 3 \end{cases} \Rightarrow (x; y) \in \{(2; 1); (2; -3); (-2; 1); (-2; -3)\}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm $(x; y) \in \{(2; 1), (2; -3), (-2; 1), (-2; -3)\}$

DẠNG 4

ỨNG DỤNG GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG BÀI TOÁN TÌM HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ

Bài 28. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2mx + y = m \\ x - my = -1 - 6m \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(-2; 1)$ là nghiệm của phương trình đã cho

Lời giải

Thay $x = -2; y = 1$ vào hệ phương trình ta được: $\begin{cases} 2m \cdot (-2) + 1 = m \\ -2 - m = -1 - 6m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m + 1 = m \\ 5m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{5}$.

Vậy $m = \frac{1}{5}$ là giá trị cần tìm.

Bài 29. Xác định a và b , biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; 5)$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B có dạng: $(d): y = ax + b$

Vì (d) đi qua điểm $A(1; 2)$, nên ta có: $a + b = 2$ (1)

(d) đi qua điểm $B(-2; 5)$, nên ta có: $-2a + b = 5$ (2)

Kết hợp (1); (2) ta có hệ: $\begin{cases} a + b = 2 \\ -2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy $a = -1; b = 3$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 30. Cho hệ phương trình $\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x - m^2y = -7 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(1; 2)$ là nghiệm của phương trình đã cho

Lời giải

Thay $x = 1; y = 2$ vào hệ phương trình ta được: $\begin{cases} -m + 2 = -2m \\ 1 - 2m^2 = -7 \end{cases} \Rightarrow m = -2$.

Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.

Bài 31. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + by = -2 \\ bx - ay = -3 \end{cases}$. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ phương trình có

nghiệm là $(1; -2)$.

Lời giải

Thay $x = 1; y = -2$ vào hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} 1 - 2b = -2 \\ b + 2a = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-9}{4} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bài 32. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 4x + ay = 6 \\ bx - 2ay = 8 \end{cases}$. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ phương trình có nghiệm là $(1; -1)$.

Lời giải

Vì $(1; -1)$ là một nghiệm của phương trình, nên thay giá trị này vào hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} 4 \cdot 1 + a \cdot (-1) = 6 \\ b \cdot 1 - 2a \cdot (-1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a = 6 \\ b + 2a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 12 \end{cases}$$

Vậy $a = -2; b = 12$

Bài 33. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$. Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2; -1)$.

Lời giải

Ta có: $(2; -1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot 2 - 2 \cdot (-1) = b \\ 2 \cdot 2 - b \cdot (-1) = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2 = b \\ 4 + b = -2a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -2 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = -6 \\ b = 2a + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $a = -\frac{3}{2}$ và $b = -1$ thỏa mãn bài toán.

Bài 34. Cho hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x}{a} - y = \frac{2}{b} \\ x - \frac{y}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases}$

Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$

Lời giải

$$\begin{cases} \frac{x}{a} - y = \frac{2}{b} \\ x - \frac{y}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases} \cdot \text{Điều kiện } \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y) = (3;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3}{a} - 2 = \frac{2}{b} \\ 3 - \frac{2}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 2 \\ \frac{1}{a} - \frac{2}{b} = -3 \end{cases}$$

Đặt $u = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}$ ($u, v \neq 0$). Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3u - 2v = 2 \\ u - 2v = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u = 5 \\ u - 2v = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{5}{2} \\ v = \frac{u+3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{5}{2} \text{ (TM)} \\ v = \frac{11}{4} \text{ (TM)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = u = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{b} = v = \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{5} \text{ (TM)} \\ b = \frac{4}{11} \text{ (TM)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{2}{5}, b = \frac{4}{11}$$

Bài 35. Xác định các hệ số a và b , biết rằng hệ phương trình sau $\begin{cases} (3a-2)x + 2(2b+1)y = 30 \\ (a+2)x - 2(3b-1)y = -20 \end{cases}$ có nghiệm

là $(3; -1)$.

Lời giải

Thay $x = 3; y = -1$ vào hệ phương trình ta được $a = 2; b = -5$

Bài 36. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (3a+b)x + (4a-b+1)y = 35 \\ bx + 4ay = 29 \end{cases}$. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ

phương trình có nghiệm là $(1; -3)$.

Lời giải

Thay $x = 1; y = -3$ vào hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} (3a+b).1 + (4a-b+1).(-3) = 35 \\ b.1 + 4a.(-3) = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b-12a+3b-3 = 35 \\ b-12a = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9a+4b = 38 \\ b-12a = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a = -2; b = 5$$

Bài 37. Xác định các hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$ để:

a) Đồ thị của nó đi qua hai điểm $A(1;3), B(2;4)$

b) Đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 .

Lời giải

a) Đồ thị của nó đi qua hai điểm $A(1;3), B(2;4)$

Thay tọa độ các điểm A, B vào phương trình của đường thẳng ta được:

$$\begin{cases} 3 = a + b \\ 4 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - a \\ 4 = 2a + 3 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 - a = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a = 1, b = 2.$$

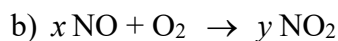
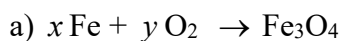
b) Đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 .

Tương tự phần (1) ta có hệ:
$$\begin{cases} -4 = a \cdot 0 + b \\ 0 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ 2a = -b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy $a = 2, b = -4$.

DẠNG 5**ỨNG DỤNG GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG PHẢN ỨNG HÓA HỌC**

Bài 38. Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:

**Lời giải**

a) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với Fe và O ta có:

$$\begin{cases} x = 3 \\ 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

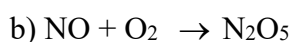
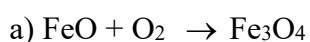
Vậy ta có phương trình cân bằng như sau: $3 \text{Fe} + 2 \text{O}_2 \rightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4$

b) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với N và O ta có:

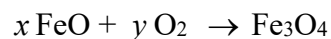
$$\begin{cases} x = y \\ x + 2 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y + 2 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy ta có phương trình cân bằng như sau: $2 \text{NO} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{NO}_2$

Bài 39. Cân bằng phương trình ứng hóa học sau bằng phương pháp đại số:

**Lời giải**

a) Gọi lần lượt là hệ số của FeO và O₂ thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học:



Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với Fe và O ta có:

$$\begin{cases} x = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

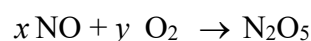
Ta có: $3 \text{Fe} + \frac{1}{2} \text{O}_2 \rightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4$

Do các hệ số của phương trình hóa học phải là số nguyên nên nhân hai vế phương trình hóa học trên với 2

ta có: $6 \text{FeO} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{Fe}_3\text{O}_4$

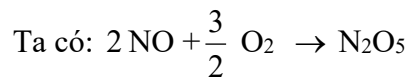
Vậy ta có phương trình cân bằng như sau: $6 \text{FeO} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{Fe}_3\text{O}_4$

b) Gọi lần lượt là hệ số của NO và O₂ thỏa mãn cân bằng phương trình hóa học:

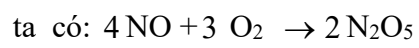


Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với N và O ta có:

$$\begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$



Do các hệ số của phương trình hóa học phải là số nguyên nên nhân hai vế phương trình hóa học trên với 2



Vậy ta có phương trình cân bằng như sau: $4 \text{NO} + 3 \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{N}_2\text{O}_5$

BÀI 3

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Để giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta thực hiện theo các bước sau:

• **Bước 1: Lập hệ phương trình**

- + Chọn hai ẩn biểu thị hai đại lượng chưa biết và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
- + Biểu diễn các đại lượng liên quan theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
- + Lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

• **Bước 2:** Giải hệ hai phương trình nói trên.

• **Bước 3:** Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán (thoả mãn điều kiện ở bước 1) và kết luận.

DẠNG 1

TOÁN VỀ QUAN HỆ CÁC SỐ

Phương pháp

Ta phải chú ý tới cấu tạo của một số có hai chữ số, ba chữ số ... viết trong hệ thập phân. điều kiện của các chữ số.

- Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$ với $0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in N$
- Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ với $0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in N$

Bài 1. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.

Bài 2. Tổng các chữ số của một số có hai chữ số là 9. Nếu thêm vào số đó 63 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó?

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 3. Tìm hai số biết rằng 4 lần số thứ hai cộng với 5 lần số thứ nhất bằng 18040, và 3 lần số thứ nhất hơn 2 lần số thứ hai là 2002.

Bài 4. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Bài 5. Tìm hai số tự nhiên hơn kém nhau 12 đơn vị biết tích của chúng bằng 20 lần số lớn cộng với 6 lần số bé.

Bài 6. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 4 lần tổng các chữ số của nó. Nếu viết hai chữ số của nó theo thứ tự ngược lại thì số mới lớn hơn số ban đầu 36 đơn vị.

Bài 7. Tìm một số có hai chữ số. Biết rằng nếu viết thêm số 1 vào bên phải số này thì được một số có ba chữ số hơn số phải tìm 577 và số phải tìm hơn số đó nhưng viết theo thứ tự ngược lại là 18 đơn vị.

Bài 8. Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho.

Bài 9. Đem một số có hai chữ số nhân với tổng các chữ số của nó thì được 405. Nếu lấy số được viết bởi hai chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại nhân với tổng các chữ số của nó thì được 486. Hãy tìm số có hai chữ số đó.

Bài 10. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số đó giảm 99 đơn vị.

Bài 11. Tìm tất cả các số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là 2 và tích của hai chữ số đó của nó luôn lớn hơn tổng hai chữ số của nó là 34.

Bài 12. Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tổng các bình phương của nó bằng 85

Bài 13. Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm.

DẠNG 2

TOÁN LIÊN QUAN HÌNH HỌC

Phương pháp:

- Ghi nhớ công thức tính chu vi của các loại hình sau
 - + Chu vi tam giác: Bằng tổng độ dài ba cạnh
 - + Chu vi hình chữ nhật: $(a + b) \cdot 2$
- Ghi nhớ diện tích các hình: Tam giác, hình chữ nhật, tam giác vuông, hình vuông, hình thang

Bài 14. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45 m. Tính diện tích thửa ruộng, biết rằng nếu chiều dài giảm đi 2 lần và chiều rộng tăng lên 3 lần thì chu vi thửa ruộng không thay đổi.

Bài 15. Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là 280 người ta làm đường đi xung quanh rộng 2m nên diện tích phần còn lại để trồng vườn là $4256m^2$. Tính kích thước ban đầu của khu vườn.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 16. Một hình thang có diện tích là $140cm^2$, chiều cao 8cm. Tính độ dài các đáy của hình thang, biết chúng hơn kém nhau 5cm

Bài 17. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 34m. Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn?

Bài 18. Một sân trường hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 16 mét. Hai lần chiều dài kém 5 lần chiều rộng 28 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường?

Bài 19. Một thửa đất hình chữ nhật có chu vi bằng 198 m, diện tích bằng $2430 m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của thửa đất hình chữ nhật đó cho.

Bài 20. Một hình chữ nhật có chu vi là 70 m ,nếu giảm chiều rộng đi 3m và tăng chiều dài 5m thì diện tích như cũ .Hãy tìm chiều rộng và chiều dài ?

Bài 21. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $168 m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn đó trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn

Bài 22. Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài 23. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m. Đường chéo của hình chữ nhật dài 10. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

Bài 24. Nhà bạn Minh Hiền được ông bà Nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Hiền chơi, Hiền đố Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi cho biết: mảnh đất đó có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2m, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm $20m^2$. Các em hãy giúp Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Hiền

DẠNG 3

TOÁN CHUYỂN ĐỘNG BỘ

Phương pháp: Áp dụng công thức: $S = v.t \Rightarrow v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$

Chú ý:

- Vận tốc tỷ lệ nghịch với thời gian và tỷ lệ thuận với quãng đường đi được:
- Nếu hai xe đi ngược chiều nhau khi gặp nhau lần đầu: Thời gian hai xe đi được là như nhau, Tổng quãng đường 2 xe đi được bằng đúng quãng đường cần đi của 2 xe.
- Nếu hai phương tiện chuyển động cùng chiều từ hai địa điểm khác nhau là A và B, xe từ A chuyển động nhanh hơn xe từ B thì khi xe từ A đuổi kịp xe từ B ta luôn có hiệu quãng đường đi được của xe từ A với quãng đường đi được của xe từ B bằng quãng đường AB

Bài 25. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc dự định trong một thời gian dự định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì thời gian rút ngắn được 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian đi tăng hơn 3 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB.

Bài 26. Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau 200 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của ô tô và xe máy, biết rằng nếu vận tốc của ô tô tăng thêm 10 km/h và vận tốc của xe máy giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô bằng 2 lần vận tốc của xe máy.

Bài 27. Trên quãng đường AB dài 210 m, tại cùng một thời điểm một xe máy khởi hành từ A đến B và một ô tô khởi hành từ B đi về A. Sau khi gặp nhau xe máy đi tiếp 4 giờ nữa thì đến B và ô tô đi tiếp 2 giờ 15 phút nữa thì đến A. Biết rằng vận tốc ô tô và xe máy không thay đổi trong suốt chặng đường. Tính vận tốc của xe máy và ô tô.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 28. Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10km/h. Tính vận tốc của mỗi xe?

Bài 29. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 165km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi quãng đường?

Bài 30. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 5km và một đoạn xuống dốc dài 10km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 1 giờ 10 phút và đi từ B về A hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc, lúc xuống dốc của người đi xe đạp.

Bài 31. Một xe máy đi từ A đến B trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng 20km/h thì đến sớm 1 giờ, nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ. Tính quãng đường AB.

Bài 32. Hằng ngày, Nam đạp xe đi học với vận tốc không đổi trên quãng đường dài 10km. Nam tính toán và thấy rằng nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút so với đạp xe với vận tốc hằng ngày. Tuy nhiên, thực tế sang nay lại khác dự kiến. Nam chỉ đạp xe với vận tốc lớn nhất trên nửa quãng đường (dài 5km), nửa quãng đường còn lại đường phố đông đúc nên Nam đã đạp xe với vận tốc hằng ngày. Vì vậy, thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút. Hãy tính vận tốc đạp xe hằng ngày và vận tốc xe đạp lớn nhất của Nam (lấy đơn vị vận tốc là km/h).

Bài 33. Một ô tô và một mô tô cùng đi từ A đến B dài 120km. Xe ô tô đến sớm hơn xe mô tô là 1 giờ. Lúc trở về xe mô tô tăng vận tốc thêm 5km/h mỗi giờ, xe ô tô vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một địa điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến A cùng một lúc với xe mô tô. Tính vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc

DẠNG 4

TOÁN CHUYỂN ĐỘNG TRÊN SÔNG

Phương pháp: Nhớ vững công thức sau

- Nếu gọi quãng đường là S ; Vận tốc là v ; Thời gian là t , ta có các công thức sau:

$$S = vt; v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$$

- Gọi vận tốc thực của canô là v_1 ; vận tốc dòng nước là v_2 , khi đó ta có:

+ Vận tốc canô xuôi dòng là $v_1 + v_2$

+ Vận tốc canô ngược dòng là $v_1 - v_2$

Từ đó ta có $v_{xuoai} + v_{nguc} = 2.v_{thuc}$.

Bài 34. Một ca nô chạy xuôi dòng một khúc sông dài $72(km)$, rồi chạy ngược dòng khúc sông ấy $64(km)$ hết tất cả $7h$. Nếu ca nô chạy xuôi dòng $120(km)$ rồi chạy ngược dòng $32(km)$ cũng hết $7h$. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của nước.

Vậy vận tốc riêng của canô là $20(km/h)$ và vận tốc của dòng nước là $4(km/h)$

Bài 35. Một chiếc thuyền xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài $40km$ hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng $5km$ bằng thời gian ngược dòng $4km$. Tính vận tốc của dòng nước?

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 36. Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau $85km$ và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng nước là $3km/h$. (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Bài 37. Một ca nô xuôi dòng $78km$ và ngược dòng 44 km mất 5 giờ với vận tốc dự định. nếu ca nô xuôi 13 km và ngược dòng 11 km với cùng vận tốc dự định đó thì mất 1 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Bài 38. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng $6km$. Sau đó chạy xuôi dòng $48km$ trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là $2(km/h)$. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài 39. Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc của dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi

DẠNG 5
TOÁN CÔNG VIỆC

Có rất nhiều cách phân tích đề bài nhưng ở đây dùng cách phân tích bằng cách lập bảng, như sau:

	Thời gian hoàn thành công việc	Năng suất làm việc trong 1 ngày (1 giờ..)
Hai đội (2 vòi ..)	a	$\frac{1}{a}$
Đội 1 (vòi 1 ..)	x	$\frac{1}{x}$
Đội 2 (vòi 2 ..)	y	$\frac{1}{y}$

- Nếu một đội (người) làm xong công việc trong x (đơn vị thời gian: Ngày, giờ, phút,...) thì một đơn vị thời gian đội (người) đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc (xem toàn bộ công việc là 1)
- Nếu một vòi nước chảy đầy bể trong x (đơn vị thời gian: Ngày, giờ, phút,...) thì một đơn vị thời gian vòi nước đó chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)
- Ta thường xem toàn bộ công việc là 1

Bài 40. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy một mình trong 20 phút rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 41. Hai bạn An và Bình cùng may khẩu trang để ủng hộ địa phương đang có dịch bệnh Covid-19, thì mất hai ngày mới hoàn thành công việc. Nếu chỉ có một mình bạn An làm việc trong 4 ngày rồi nghỉ và bạn Bình làm tiếp trong 1 ngày nữa thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi người làm riêng một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Bài 42. Một đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 43. Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu?

Bài 44. Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

Bài 45. Hai công nhân cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi công nhân làm một mình thì trong bao lâu xong công việc.

Bài 46. Hai tổ công nhân cùng làm chung một công việc và dự định hoàn thành công việc trong 6 giờ. Nhưng khi làm chung được 5 giờ thì tổ 2 được điều động đi làm việc khác. Do cải tiến cách làm năng suất của tổ 1 tăng 1,5 lần nên tổ 1 đã hoàn thành nốt phần công việc còn lại trong 2 giờ. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu mới xong công việc?

Bài 47. Hướng ứng chiến dịch tình nguyện “ Mùa hè xanh” để giúp học sinh vùng cao đến trường thuận lợi hơn, hai tổ thanh niên A và B tham gia sửa một đoạn đường. Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ xong việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sửa xong đoạn đường đó trong bao lâu?

Bài 48. Hai máy cày có công suất khác nhau cùng làm việc đã cày được $\frac{1}{6}$ cánh đồng trong 15 giờ. Nếu máy 1 cày trong 12 giờ, máy 2 cày trong 20 giờ thì cả hai máy cày được 20% cánh đồng. Hỏi nếu mỗi máy làm việc riêng thì sẽ cày xong cánh đồng trong bao lâu?

Bài 49. Cho một bể cạn (không có nước). Nếu hai vòi nước cùng được mở để chảy vào bể này thì sẽ đầy bể sau 4 giờ 48 phút. Nếu mở riêng từng vòi chảy vào bể thì thời gian vòi một chảy đầy bể sẽ ít hơn thời gian vòi hai chảy đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 50. Hai máy bơm nước vào ruộng. Nếu cho máy thứ nhất bơm suốt trong 8 giờ mới mở máy thứ hai cùng bơm thêm 4 giờ nữa mới đầy bể. Nếu cho máy bơm thứ nhất bơm suốt trong 16 giờ 30 phút mới mở máy thứ hai cùng bơm thêm 3 giờ nữa thì mới đầy ruộng. Nếu dùng một máy bơm thì phải bơm trong bao lâu nước mới đầy ruộng?

Bài 51. Hai vòi nước cùng chảy vào 1 cái bể không có nước trong 6(h) thì đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy riêng cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

DẠNG 6
TOÁN VỀ TỈ SỐ PHẦN TRĂM

- Chú ý rằng: $a\% = \frac{a}{100}$
- Tỉ số của hai số a và b là $\frac{a}{b}$

Bài 52. Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, 1 tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kĩ thuật mới nên I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12% , vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Bài 53. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

Bài 54. Có hai loại quặng sắt, quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 55. Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong 1 thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

Bài 56. Trên địa bàn thành phố X, có 1850 học sinh lớp 9 đăng ký dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng ký dự thi vào lớp 10.

Bài 57. Để chuẩn bị trao thưởng cho học sinh giỏi cuối năm học, trường THCS X cần mua 2000 quyển vở và 400 cây bút để làm phần thưởng. Nhà trường dự tính để mua với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng. Vì mua với số lượng lớn nên đại lý bán quyết định giảm giá 5% cho mỗi quyển vở và 6% cho mỗi cây bút, vì thế nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng. Tính giá tiền niêm yết của mỗi quyển vở và mỗi cây bút

Bài 58. Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng. Sau khi giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá.

Bài 59. Hưởng ứng ngày “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2022”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu ?

Bài 60. Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy, sang tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15% và tổ 2 vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng một mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 61. Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100lít dung dịch 50% axit nitric?

Bài 62. Một hợp kim gồm đồng và kẽm trong đó có 5 gam kẽm. Nếu thêm 15 gam kẽm vào hợp kim này thì được một hợp kim mới mà trong đó lượng đồng đã giảm so với lúc đầu là 30%. Tìm khối lượng ban đầu của hợp kim?

Bài 63. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại.

Bài 64. Hai anh Quang và Hùng góp vốn cùng kinh doanh. Anh Quang góp 15 triệu đồng. Anh Hùng góp 13 triệu đồng. Sau một thời gian được lãi 7 triệu đồng. Lãi được chia tỉ lệ với vốn đã góp. Hãy tính tiền lãi mỗi anh được hưởng.

Bài 65. Giá sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ $101kWh$ đến $150kWh$ thì giá điện là: $2000đ/kWh$

Bậc 3: Từ $151kWh$ trở lên thì giá điện là: $4000đ/kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng $170kWh$ thì có $100kWh$ tính theo giá bậc 1, có $50kWh$ tính theo giá bậc 2 và có $20kWh$ tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000 đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

DẠNG 7

TOÁN THỰC TẾ

Bài 66. Trong một phòng học có một số bàn, nếu xếp mỗi bàn 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ ngồi, nếu xếp mỗi bàn 4 học sinh thì thừa 1 bàn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu bàn và bao nhiêu học sinh.

Bài 67. Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán giả hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dãy ghế ban đầu của khán đài.

Bài 68. Bạn A dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng. Thực tế, A mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90 000 đồng. Tính giá tiền của 1kg xoài và giá của 1kg quả vải

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 69. Lớp 9A giao cho An đi mua bánh và kẹo để tổ chức liên hoan. An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng. Biết rằng, giá mỗi hộp bánh là như nhau, giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá mỗi hộp bánh hơn giá mỗi túi kẹo là 10 nghìn đồng. Tính giá tiền để mua một hộp bánh và giá tiền để mua một túi kẹo.

Bài 70. Một tổ may gồm 47 công nhân cả nam và nữ được giao nhiệm vụ may 350 chiếc áo cho cổ động viên để cổ vũ đội tuyển U23 Việt Nam tại SEA GAME 31. Để hoàn thành nhiệm vụ, mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo. Tính số công nhân nam và số công nhân nữ của tổ may đó.

Bài 71. Một đoàn khách du lịch gồm 40 người dự định tham quan đỉnh núi Bà Đen, nóc nhà Đông Nam Bộ bằng cáp treo khứ hồi (gồm lượt lên và lượt xuống). Nhưng khi tới nơi có 5 bạn trẻ muốn khám phá bằng đường bộ khi leo lên còn lúc xuống sẽ đi cáp treo để trải nghiệm nên 5 bạn chỉ mua vé lượt xuống, do đó đoàn đã chi ra 9.450.000 đồng để mua vé. Hỏi giá cáp treo khứ hồi và giá vé 1 lượt là bao nhiêu? Biết rằng giá vé 1 lượt rẻ hơn giá vé khứ hồi là 110.000 đồng.

Bài 72. Theo các chuyên gia về sức khỏe, người trưởng thành cần đi bộ từ 5000 bước mỗi ngày sẽ rất tốt cho sức khỏe. Để rèn luyện sức khỏe, anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất 6000 bước. Hai người cùng đi bộ ở công viên và thấy rằng, nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước. Hai người cùng giữ nguyên tốc độ đi như vậy nhưng chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước. Hỏi mỗi ngày anh Sơn và chị Hà cùng đi bộ trong 1 giờ thì họ đã đạt được số bước tối thiểu mà mục tiêu đề ra hay chưa? (Giả sử tốc độ đi bộ hàng ngày của hai người không đổi).

Bài 73. Đại hội Thể thao Đông Nam Á – SEA Games (South East Asian Games) là sự kiện thể thao được tổ chức 2 năm 1 lần với sự tham gia của các vận động viên trong khu vực Đông Nam Á. Việt Nam là chủ nhà của SEA Games 31 diễn ra từ ngày 12/5/2022 đến ngày 23/5/2022.



Ở môn bóng đá nam, một bảng đấu gồm có 5 đội A, B, C, D, E thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt (mỗi đội thi đấu đúng một trận với các đội còn lại). Trong mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua được 0 điểm.

a) Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu đã diễn ra ở bảng đấu trên?

b) Khi kết thúc bảng đấu, các đội A, B, C, D, E lần lượt có điểm số là 10, 9, 6, 4, 0. Hỏi có bao nhiêu trận hòa và cho biết đó là trận hòa giữa các đội nào (nếu có)?

BÀI 3

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Để giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta thực hiện theo các bước sau:

• **Bước 1: Lập hệ phương trình**

- + Chọn hai ẩn biểu thị hai đại lượng chưa biết và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
- + Biểu diễn các đại lượng liên quan theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
- + Lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

• **Bước 2:** Giải hệ hai phương trình nói trên.

• **Bước 3:** Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán (thoả mãn điều kiện ở bước 1) và kết luận.

DẠNG 1

TOÁN VỀ QUAN HỆ CÁC SỐ

Phương pháp

Ta phải chú ý tới cấu tạo của một số có hai chữ số, ba chữ số ... viết trong hệ thập phân. điều kiện của các chữ số.

- Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$ với $0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; a, b \in \mathbb{N}$
- Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ với $0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$

Bài 1. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.

Lời giải

Gọi số lớn là x ($x > 15, x \in \mathbb{N}$), số bé là y ($y \in \mathbb{N}$).

Tổng của hai số là 2021 nên ta có phương trình: $x + y = 2021$ (1)

Hiệu của số lớn và số bé bằng 15 nên ta có phương trình: $x - y = 15$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 2021 \\ x - y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2036 \\ x - y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1018(t/m) \\ y = 1003(t/m) \end{cases}$$

Vậy số lớn là 1018, số bé là 1003.

Bài 2. Tổng các chữ số của một số có hai chữ số là 9. Nếu thêm vào số đó 63 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó?

Lời giải

Gọi chữ số hàng chục là x ($0 < x \leq 9; x \in \mathbb{N}$)

Gọi chữ số hàng đơn vị là y ($0 < y \leq 9; y \in N$)

Vì tổng hai chữ số là 9 nên: $x + y = 9$ (1)

Số cần tìm là: $\overline{xy} = 10x + y \Rightarrow \overline{yx} = 10y + x$

Ta có: $\overline{xy} + 63 = \overline{yx} \Rightarrow 10x + y + 63 = 10y + x \Leftrightarrow x - y = -7$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow \overline{xy} = 18$$

Vậy số cần tìm là 18

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 3. Tìm hai số biết rằng 4 lần số thứ hai cộng với 5 lần số thứ nhất bằng 18040, và 3 lần số thứ nhất hơn 2 lần số thứ hai là 2002.

Lời giải

- gọi số thứ nhất là x , số thứ hai là y ($x, y \in N$)

- theo bài ra, ta có: $\begin{cases} 5x + 4y = 18040 \\ 3x - 2y = 2002 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2004 \\ y = 2005 \end{cases}$

Bài 4. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Lời giải

Gọi số có hai chữ số là: \overline{ab} ($a, b > 0; a, b \leq 9; a + b = 11$)

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 11 \\ 10b + a - (10a + b) = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 7 \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 47

Bài 5. Tìm hai số tự nhiên hơn kém nhau 12 đơn vị biết tích của chúng bằng 20 lần số lớn cộng với 6 lần số bé.

Lời giải

Cách 1: giải bằng cách lập hệ phương trình

Gọi số lớn là x

Gọi số bé là y ($x, y \in N; x > y$)

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 12 \\ xy = 20x + 6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 36 \end{cases}$

Cách 2: giải bằng cách lập phương trình

Gọi số bé là x ($x \in N$)

Khi đó số lớn là $x + 12$

Vì tích của chúng bằng 20 lần số lớn cộng với 6 lần số bé nên ta có phương trình:

$$x.(x+12) = 20(x+12) + 6x \Leftrightarrow x = 24$$

Vậy số bé là 24; số lớn là 36.

Bài 6. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 4 lần tổng các chữ số của nó. Nếu viết hai chữ số của nó theo thứ tự ngược lại thì đc số mới lớn hơn số ban đầu 36 đơn vị.

Lời giải

gọi số tự nhiên cần tìm có dạng: \overline{ab} ($a, b \in N; 0 < a, b \leq 9$)

$$\text{theo bài ra, ta có: } \begin{cases} \overline{ab} = 4(a+b) \\ \overline{ba} - \overline{ab} = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+b = 4(a+b) \\ 10b+a - (10a+b) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \overline{ab} = 48$$

Bài 7. Tìm một số có hai chữ số. Biết rằng nếu viết thêm số 1 vào bên phải số này thì được một số có ba chữ số hơn số phải tìm 577 và số phải tìm hơn số đó nhưng viết theo thứ tự ngược lại là 18 đơn vị.

Lời giải

gọi số tự nhiên cần tìm có dạng: \overline{ab} ($a, b \in N; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} \overline{ab1} - \overline{ab} = 577 \\ \overline{ab} - \overline{ba} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100a+10b+1 - (10a+b) = 577 \\ 10a+b - (10b+a) = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+b = 64 \\ a-b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \overline{ab} = 64$$

Bài 8. Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho.

Lời giải

Gọi số có hai chữ số là: \overline{xy} ($x, y \neq 0; x, y \in N$)

Số ngược lại là: \overline{yx}

$$\text{Theo bài ta có: } \begin{cases} \overline{yx} - \overline{xy} = 63 \\ \overline{yx} + \overline{xy} = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (10y+x) - (10x+y) = 63 \\ (10y+x) + (10x+y) = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 18

Bài 9. Đem một số có hai chữ số nhân với tổng các chữ số của nó thì được 405. Nếu lấy số được viết bởi hai chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại nhân với tổng các chữ số của nó thì được 486. Hãy tìm số có hai chữ số đó.

Lời giải

Gọi chữ số hàng chục là x , chữ số hàng đơn vị là y ($x, y \in N; 0 < x, y \leq 9$)

$$\begin{cases} \overline{xy} \cdot (x+y) = 405 \\ \overline{yx} \cdot (x+y) = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (10x+y)(x+y) = 405 \\ (10y+x)(x+y) = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 54

Bài 10. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số đó giảm 99 đơn vị.

Lời giải

$$\text{Gọi số cần tìm là: } \overline{x4y} \Rightarrow \begin{cases} x+y=13 \\ 100x+40+y-(100y+40+x)=99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow 647$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 647

Bài 11. Tìm tất cả các số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là 2 và tích của hai chữ số đó của nó luôn lớn hơn tổng hai chữ số của nó là 34.

Lời giải

$$\text{Gọi chữ số phải tìm là: } \overline{ab} (0 \leq a, b \leq 9; a \neq 0) \Rightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ ab-(a+b)=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=6 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 86.

Bài 12. Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tổng các bình phương của nó bằng 85

Lời giải

Gọi số bé là x ($x \in N; x < 85$).

Gọi số lớn là y ($y \in N; y < 85$)

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+1=y \\ x^2+y^2=85 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ (y-1)^2+y^2=85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ y^2-y-42=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ y^2+6y-7y-42=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ y(y+6)-7(y-6)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ (y+6)(y-7)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ \begin{cases} y=-6(L) \\ y=7(N) \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là 6 và 7

Bài 13. Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm.

Lời giải

gọi số tự nhiên cần tìm có dạng: \overline{ab} ($a, b \in N; 0 < a, b \leq 9$)

theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} \overline{ab}=6(a+b) \\ ab+25=\overline{ba} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+b=6(a+b) \\ ab+25=10b+a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=5b \\ ab-10b-a+25=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{4}b \\ b^2-9b+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{25}{4} \text{ loại} \\ b=5 \\ a=5 \\ b=4 \text{ thỏa mãn} \end{cases}$$

vậy số cần tìm là : 54

DẠNG 2
TOÁN LIÊN QUAN HÌNH HỌC

Phương pháp:

- Ghi nhớ công thức tính chu vi của các loại hình sau
 - + Chu vi tam giác: Bằng tổng độ dài ba cạnh
 - + Chu vi hình chữ nhật: $(a + b).2$
- Ghi nhớ diện tích các hình: Tam giác, hình chữ nhật, tam giác vuông, hình vuông, hình thang

Bài 14. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45 m. Tính diện tích thửa ruộng, biết rằng nếu chiều dài giảm đi 2 lần và chiều rộng tăng lên 3 lần thì chu vi thửa ruộng không thay đổi.

Lời giải

Gọi chiều rộng của thửa ruộng là x (m), chiều dài của thửa ruộng là y (m). ($x > 0, y > 0$).

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \Rightarrow \begin{cases} y - x = 45 \\ 2(x + y) = 2(3x + \frac{y}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 60 \end{cases}$$

\Rightarrow Diện tích của thửa ruộng là : 900 m^2 .

Bài 15. Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là 280 người ta làm đường đi xung quanh rộng 2m nên diện tích phần còn lại để trồng vườn là 4256 m^2 . Tính kích thước ban đầu của khu vườn.

Lời giải

Gọi chiều rộng khu vườn là x (m) đ/k $x > 0$

chiều dài khu vườn là y (m) đ/k $y > 0$

Nửa chu vi là $280:2 = 140$ (m)

theo bài ra ta có Pt $x + y = 140$ (1)

Khi bớt chiều rộng đi 4 m là $x - 4$ (m)

khi bớt chiều dài đi 4 (m) là $y - 4$ (m) ta có PT $(x - 4)(y - 4) = 4256$

$$\text{Theo bài ra ta có HPT : } \begin{cases} x + y = 140 \\ (x - 4)(y - 4) = 4256 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 80 \end{cases}$$

Giải ra được chiều rộng là 60m , chiều dài là 80m

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 16. Một hình thang có diện tích là 140cm^2 , chiều cao 8cm . Tính độ dài các đáy của hình thang, biết chúng hơn kém nhau 5cm

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{(x+y) \cdot 8}{2} = 140 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 35 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy độ dài hai đáy của hình thang lần lượt là 20 và 15cm .

Bài 17. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 34m . Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm 45m^2 . Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn?

Lời giải

Gọi chiều dài mảnh vườn là $x(m)$

Gọi chiều rộng là $y(m)$ ($0 < x, y < 17$)

$$\text{Theo bài ra ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 17 \\ (x+3)(y+2) = xy + 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là $12(m)$; chiều rộng là $5(m)$

Bài 18. Một sân trường hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 16 mét. Hai lần chiều dài kém 5 lần chiều rộng 28 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường?

Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của sân trường hình chữ nhật lần lượt là $x(m), y(m)$ ($x > y > 16$)

$$\text{Theo bài ra ta có hệ } \begin{cases} x - y = 16 \\ 2x - 5y = -28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là $36(m)$ và chiều rộng là $20(m)$.

Bài 19. Một thửa đất hình chữ nhật có chu vi bằng 198 m , diện tích bằng 2430 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của thửa đất hình chữ nhật đó cho.

Lời giải

Gọi $x(m)$ là chiều dài và $y(m)$ là chiều rộng của thửa đất hình chữ nhật, với ($0 < y < x < 99$).

Theo bài ra thửa đất có :

$$\text{Chu vi : } 2(x + y) = 198 \quad (m)$$

$$\text{Diện tích : } xy = 2430 \quad (m^2)$$

$$\text{Ta có hệ phương trình : } \begin{cases} 2(x + y) = 198 \\ xy = 2430 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 99 \\ xy = 2430 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 54 \\ y = 45 \end{cases}$$

Vậy chiều dài và chiều rộng thửa đất hình chữ nhật là : $x = 54(m)$ và $y = 45(m)$.

Bài 20. Một hình chữ nhật có chu vi là 70 m ,nếu giảm chiều rộng đi 3m và tăng chiều dài 5m thì diện tích như cũ .Hãy tìm chiều rộng và chiều dài ?

Lời giải

Gọi chiều rộng là x (m), chiều dài là y (m) đ/k $x, y > 0$

$$\text{Nửa chu vi là } \frac{70}{2} = 35 \Rightarrow x + y = 35 \quad (1)$$

Khi chiều rộng tăng và chiều giảm ta có $(x - 3)(y + 5) = xy$

$$\text{Theo bài ra ta HPT : } \begin{cases} x + y = 35 \\ (x - 3)(y + 5) = xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy chiều rộng là 15m và chiều dài là 20m.

Bài 21. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 168 m². Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn đó trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn

Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng lần lượt là x, y (m) ($x > y > 0$)

$$\text{Diện tích mảnh vườn là } 168 \text{ m}^2 \Rightarrow xy = 168 \quad (1)$$

Giảm chiều dài 1m và tăng chiều rộng 1m thì mảnh vườn là hình vuông nên ta có $x - 1 = y + 1$

$$\Rightarrow x = y + 2 \quad (2)$$

$$\text{Thế 2 vào 1 ta được: } y^2 + 2y - 168 = 0 \Leftrightarrow y = 12 \Rightarrow x = 14$$

Vậy chiều dài là 14m, chiều rộng là 12m.

Bài 22. Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Lời giải

Gọi chiều dài của mảnh đất đó là x và chiều rộng của mảnh đất đó là y (m, $x > y > 0$)

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} y + 7 = x \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được } \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases} . \text{ Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn.}$$

Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là 5m và chiều dài là 12m.

Bài 23. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m. Đường chéo của hình chữ nhật dài 10. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

Lời giải

Gọi chiều dài là x (m) ($0 < x < 28$)

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là y (m) ($x > y > 0$)

$$\text{Chu vi của hình chữ nhật là 28m nên } x + y = 14$$

Đường chéo của hình chữ nhật là 10m nên $x^2 + y^2 = 100$

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta nhận được $(x; y) = (6; 8)$

Bài 24. Nhà bạn Minh Hiền được ông bà Nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Hiền chơi, Hiền đố Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi cho biết: mảnh đất đó có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2m, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm 20m^2 . Các em hãy giúp Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Hiền

Lời giải

Cách 1: Giải bằng cách lập hệ phương trình

Gọi chiều dài là $x(m)$

Gọi chiều rộng là $y(m)$

$$\Rightarrow x = 4y \Rightarrow S = x.y = 4y^2$$

$$\text{Diện tích mới là: } 2x.(y - 2) = 4y^2 + 20 \Leftrightarrow y^2 - 4y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = 5 \Rightarrow x = 20$$

Vậy chiều rộng là $5(m)$; chiều dài là $20(m)$.

Cách 2: Giải bằng cách lập phương trình

Gọi chiều rộng của mảnh đất là $x(m) (x > 2)$

Vậy chiều dài là: $4x(m)$

Diện tích mảnh đất là: $4x^2 (m^2)$

Diện tích mảnh đất sau khi giảm chiều rộng $2m$ và tăng chiều dài lên gấp đôi là: $8x(x - 2)$

Theo bài ra ta có phương trình: $8x(x - 2) - 4x^2 = 20 \Leftrightarrow x = 5$

Vậy chiều rộng là $5(m)$; chiều dài là $20(m)$

DẠNG 3
TOÁN CHUYỂN ĐỘNG BỘ

Phương pháp: Áp dụng công thức: $S = v.t \Rightarrow v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$

Chú ý:

- Vận tốc tỷ lệ nghịch với thời gian và tỷ lệ thuận với quãng đường đi được:
- Nếu hai xe đi ngược chiều nhau khi gặp nhau lần đầu: Thời gian hai xe đi được là như nhau, Tổng quãng đường 2 xe đi được bằng đúng quãng đường cần đi của 2 xe.
- Nếu hai phương tiện chuyển động cùng chiều từ hai địa điểm khác nhau là A và B, xe từ A chuyển động nhanh hơn xe từ B thì khi xe từ A đuổi kịp xe từ B ta luôn có hiệu quãng đường đi được của xe từ A với quãng đường đi được của xe từ B bằng quãng đường AB

Bài 25. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc dự định trong một thời gian dự định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì thời gian rút ngắn được 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian đi tăng hơn 3 giờ so với dự định. tính độ dài quãng đường AB.

Lời giải

Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h, $x > 3$) và thời gian dự định đi từ A đến B là y (giờ, $y > 2$). Khi đó quãng đường từ A đến B dài xy (km).

Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì vận tốc lúc đó là $x+3$ (km/h). khi đó thời gian đi sẽ là: $y-2$ (giờ).

Ta có phương trình: $(x+3)(y-2) = xy$ (1)

Tương tự nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian tăng 3 giờ nên ta có phương trình: $(x-3)(y+3) = xy$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+3)(y-2) = xy \\ (x-3)(y+3) = xy \end{cases}$$

Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases}$. Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn.

Vậy quãng đường AB dài là: $12 \cdot 15 = 180$ (km).

Bài 26. Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau 200 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của ô tô và xe máy, biết rằng nếu vận tốc của ô tô tăng thêm 10 km/h và vận tốc của xe máy giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô bằng 2 lần vận tốc của xe máy.

Lời giải

Gọi vận tốc của ô tô và vận tốc của xe máy lần lượt là x, y (km/h) (ĐK: $x, y > 0$)

Sau 2 giờ ô tô đi được quãng đường là: $2x$ (km)

Sau 2 giờ xe máy đi được quãng đường là: $2y$ (km)

Vì hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau 200 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ nên ta có phương trình: $2x + 2y = 200 \Leftrightarrow x + y = 100$ (1)

Nếu vận tốc của ô tô tăng thêm 10 km/h thì vận tốc mới của ô tô là: $x + 10$ (km/h)

Nếu vận tốc của xe máy giảm đi 5 km/h thì vận tốc mới của xe máy là: $y - 5$ (km/h)

Vì vận tốc của ô tô tăng thêm 10 km/h và vận tốc của xe máy giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô bằng 2 lần vận tốc của xe máy nên ta có phương trình: $x + 10 = 2(y - 5) \Leftrightarrow x - 2y = -20$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - 2y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 120 \\ x - 2y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 60 \end{cases} \text{ (t/m)}$$

Vậy vận tốc của ô tô là 60 km/h và vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Bài 27. Trên quãng đường AB dài 210 m, tại cùng một thời điểm một xe máy khởi hành từ A đến B và một ô tô khởi hành từ B đi về A . Sau khi gặp nhau xe máy đi tiếp 4 giờ nữa thì đến B và ô tô đi tiếp 2 giờ 15 phút nữa thì đến A . Biết rằng vận tốc ô tô và xe máy không thay đổi trong suốt chặng đường. Tính vận tốc của xe máy và ô tô.

Lời giải

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h) Điều kiện $x > 0$.

Gọi vận tốc ô tô là y (k/h). Điều kiện $y > 0$.

Thời gian xe máy dự định đi từ A đến B là: $\frac{210}{x}$ giờ. Thời gian ô tô dự định đi từ B đến A là: $\frac{210}{y}$

giờ.

Quãng đường xe máy đi được kể từ khi gặp ô tô cho đến khi đến B là: $4x$ (km).

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi gặp xe máy cho đến khi đến A là: $\frac{9}{4}y$ (km).

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{210}{x} - \frac{210}{y} = 4 - \frac{9}{4} \\ \frac{9}{4}x + 2y = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{210}{x} - \frac{210}{y} = \frac{7}{4} \\ 4x + \frac{9}{4}y = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x + \frac{9}{4}y}{x} - \frac{4x + \frac{9}{4}y}{y} = \frac{7}{4} \\ 4x + \frac{9}{4}y = 210 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ phương trình (1) ta suy ra } \frac{4x + \frac{9}{4}y}{x} - \frac{4x + \frac{9}{4}y}{y} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \frac{9y}{4x} - \frac{4x}{y} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y.$$

Thay vào phương trình (2) ta thu được: $\frac{12}{4}y + \frac{9}{4}y = 210 \Leftrightarrow y = 40, x = 30$.

Vậy vận tốc xe máy là 30 km/h. Vận tốc ô tô là 40 km/h.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 28. Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10km/h. Tính vận tốc của mỗi xe?

Lời giải

Gọi vận tốc của ô tô là x (km/h) ($x > 10$)

Gọi vận tốc của xe máy là y (km/h) ($0 < y < 10$)

Ta có phương trình: $x - y = 10$ (1)

Sau 2 giờ ô tô đi được: $2x$ (km)

Sau 2 giờ ô tô đi được: $2y$ (km)

Theo đầu bài ta có phương trình $2x + 2y = 180$ (2)

Từ (1)(2) ta được $x = 50; y = 40$ (km/h).

Bài 29. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 165km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi quãng đường?

Lời giải

Gọi thời gian ô tô đi trên quãng đường AB là x (h) ($x > 0$) $\Rightarrow S_{AB} = 50x$

Gọi thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là y (h) ($y > 0$) $\Rightarrow S_{BC} = 45y$

$$\Rightarrow \begin{cases} 50x + 45y = 165 \\ x + 0,5 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Bài 30. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 5km và một đoạn xuống dốc dài 10km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 1 giờ 10 phút và đi từ B về A hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc, lúc xuống dốc của người đi xe đạp.

Lời giải

Đổi 1 giờ 10 phút = $\frac{7}{6}$ (h), 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ (h).

Gọi vận tốc lên dốc và xuống dốc của người đó lần lượt là x (km/h) và y (km/h) với $y > x > 0$

Lúc đi: Thời gian lên dốc là $\frac{5}{x}$ (h), xuống dốc là $\frac{10}{y}$ (h)

Tổng thời gian đi hết 1 giờ 10 phút nên ta có phương trình: $\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6}$ (1)

Lúc về: Thời gian lên dốc là $\frac{10}{x}$ (h), xuống dốc là $\frac{5}{y}$ (h)

Tổng thời gian đi hết 1 giờ 20 phút nên ta có phương trình: $\frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{4}{3}$ (2)

Từ (1) và (2), ta lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Đặt $a = \frac{1}{x}$ và $b = \frac{1}{y}$ với $a > 0$, $b > 0$, ta được:

$$\begin{cases} 5a + 10b = \frac{7}{6} \\ 10a + 5b = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 20b = \frac{7}{3} \\ 10a + 5b = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 5b = \frac{4}{3} \\ 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 5 \cdot \frac{1}{15} = \frac{4}{3} \\ b = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{10} \\ b = \frac{1}{15} \end{cases} \text{ (Nhận)}$$

Từ đây ta suy ra
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (Nhận)}$$

Vậy vận tốc lúc lên dốc là 10(km/h) và vận tốc xuống dốc là 15(km/h).

Bài 31. Một xe máy đi từ A đến B trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng 20km/h thì đến sớm 1 giờ, nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ. Tính quãng đường AB.

Lời giải

Để tính quãng đường AB ta tính đại lượng là vận tốc dự định và thời gian dự định.

Gọi vận tốc dự định là x giờ, thời gian dự định là y km/h ($x > 10, y > 1$).

Quãng đường AB dài là $x.y$ (km)

Nếu vận tốc tăng thêm 20km/h thì đến sớm 1 giờ, quãng đường được tính bằng công thức:

$$(x+20).(y-1) \text{ (km)}$$

Nếu giảm vận tốc đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ, quãng đường đi được tính bằng công thức

$$(x-10).(y+1) \text{ (km)}$$

Ta có hệ:
$$\begin{cases} (x+20)(y-1) = xy \\ (x-10)(y+1) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - x + 20y - 20 = xy \\ xy + x - 10y - 10 = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 20y = 20 \\ x - 10y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 30 \\ x = 10y + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 40 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta thấy giá trị $x = 40, y = 3$ thỏa mãn

Vận tốc dự định là 40km/h, thời gian dự định là 3 giờ. Quãng đường AB dài là: $40.3 = 120$ km.

Bài 32. Hằng ngày, Nam đạp xe đi học với vận tốc không đổi trên quãng đường dài 10km. Nam tính toán và thấy rằng nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút so với đạp xe với vận tốc hằng ngày. Tuy nhiên, thực tế sang nay lại khác dự kiến. Nam chỉ đạp xe với vận tốc lớn nhất trên nửa quãng đường (dài 5km), nửa quãng đường còn lại đường phố đông đúc nên Nam đã đạp xe với vận tốc hằng ngày. Vì vậy, thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút. Hãy tính vận tốc đạp xe hằng ngày và vận tốc xe đạp lớn nhất của Nam (lấy đơn vị vận tốc là km/h).

Lời giải

Gọi vận tốc đạp xe hằng ngày của Nam là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc xe đạp lớn nhất của Nam là y (km/h) ($y > 0$)

Thời gian Nam đi học khi đạp xe với vận tốc hằng ngày là $\frac{10}{x}$ (h)

Thời gian Nam đi học nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất là $\frac{10}{y}$ (h)

Thời gian đạp xe đến trường theo dự kiến ít hơn thời gian đạp xe đến trường hằng ngày là 10 phút $= \frac{1}{6}$ (h) nên ta có: $\frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6}$

Thời gian đạp xe thực tế hôm nay là 35 phút $= \frac{7}{12}$ (h) nên ta có: $\frac{5}{x} - \frac{5}{y} = \frac{7}{12}$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy vận tốc đạp xe hằng ngày là 15 (km/h)

Vận tốc đạp xe lớn nhất là 20 (km/h)

Bài 33. Một ô tô và một mô tô cùng đi từ A đến B dài 120km. Xe ô tô đến sớm hơn xe mô tô là 1 giờ. Lúc trở về xe mô tô tăng vận tốc thêm 5km/h mỗi giờ, xe ô tô vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một địa điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến A cùng một lúc với xe mô tô. Tính vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc

Lời giải

Gọi vận tốc xe ô tô và mô tô lần lượt là x và y ($x, y > 0$)

$$\Rightarrow \frac{120}{x} + 1 = \frac{120}{y} \quad (1)$$

$$\text{Lại có tiếp: } \frac{120}{y+5} = \frac{120}{x} + \frac{2}{3} \quad (2)$$

Từ (1)(2) ta có $x = 60; y = 40$ (km/h)

DẠNG 4

TOÁN CHUYỂN ĐỘNG TRÊN SÔNG

Phương pháp: Nắm vững công thức sau

- Nếu gọi quãng đường là S ; Vận tốc là v ; Thời gian là t , ta có các công thức sau:

$$S = vt; v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$$

- Gọi vận tốc thực của canô là v_1 ; vận tốc dòng nước là v_2 , khi đó ta có:

+ Vận tốc canô xuôi dòng là $v_1 + v_2$

+ Vận tốc canô ngược dòng là $v_1 - v_2$

Từ đó ta có $v_{xuoai} + v_{nguoac} = 2 \cdot v_{thuc}$.

Bài 34. Một ca nô chạy xuôi dòng một khúc sông dài $72(km)$, rồi chạy ngược dòng khúc sông ấy $64(km)$ hết tất cả $7h$. Nếu ca nô chạy xuôi dòng $120(km)$ rồi chạy ngược dòng $32(km)$ cũng hết $7h$. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của nước.

Lời giải

Gọi vận tốc riêng của ca nô là $x(km/h)$

Gọi vận tốc của nước là $y(km/h)(x, y > 0)$

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x + y \Rightarrow t_{xuoai} = \frac{72}{x + y}(h)$

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là $x - y \Rightarrow t_{nguoac} = \frac{64}{x - y}(h)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{72}{x + y} + \frac{64}{x - y} = 7 \\ \frac{120}{x + y} + \frac{32}{x - y} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy vận tốc riêng của canô là $20(km/h)$ và vận tốc của dòng nước là $4(km/h)$

Bài 35. Một chiếc thuyền xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài $40km$ hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng $5km$ bằng thời gian ngược dòng $4km$. Tính vận tốc của dòng nước?

Lời giải

Gọi x là vận tốc của thuyền trong nước yên lặng ($x > 0$)

y là vận tốc của dòng nước ($y > 0$)

Thời gian xuôi dòng 40km là $\frac{40}{x+y}$ và ngược dòng là $\frac{40}{x-y}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \\ \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ x-y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=18 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy vận tốc của dòng nước là $2(km/h)$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 36. Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau $85km$ và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng nước là $3km/h$. (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Lời giải

Gọi vận tốc thật của ca nô đi xuôi dòng là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vận tốc thật của ca nô đi ngược dòng là $y(km/h)$ ($y > 3$)

Vận tốc ca nô xuôi dòng là $x+3(km/h)$

Vận tốc ca nô ngược dòng là $y-3(km/h) \Rightarrow (x+3)-(y-3)=9$ (1)

Quãng đường ca nô xuôi dòng là $\frac{5}{3}(x+3)$ (km)

Quãng đường ca nô ngược dòng là $\frac{5}{3}(y-3) \Rightarrow \frac{5}{3}(x+3) + \frac{5}{3}(y-3) = 85$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow x = 27; y = 24$

Bài 37. Một ca nô xuôi dòng 78km và ngược dòng 44 km mất 5 giờ với vận tốc dự định. nếu ca nô xuôi 13 km và ngược dòng 11 km với cùng vận tốc dự định đó thì mất 1 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Lời giải

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h, $x > 0$)

Và vận tốc của dòng nước là y (km/h, $y > 0$)

Ca nô xuôi dòng đi với vận tốc $x+y$ (km/h). Đi đoạn đường 78 km nên thời gian đi là $\frac{78}{x+y}$ (giờ).

Ca nô đi ngược dòng với vận tốc $x-y$ (km/h). Đi đoạn đường 44 km nên thời gian đi là $\frac{44}{x-y}$ (giờ).

Tổng thời gian xuôi dòng là 78 km và ngược dòng là 44 km mất 5 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{78}{x+y} + \frac{44}{x-y} = 5 \quad (1).$$

Ca nô xuôi dòng 13 km và ngược dòng 11 km nên ta có phương trình:

$$\frac{13}{x+y} + \frac{11}{x-y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{78}{x+y} + \frac{44}{x-y} = 5 \\ \frac{13}{x+y} + \frac{11}{x-y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=26 \\ x-y=22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=24 \\ y=2 \end{cases}.$$

Đổi chiều với điều kiện ta thấy thỏa mãn.

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 24 km/h và vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Bài 38. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 6km. Sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2(km/h). Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Lời giải

Cách 1:

Gọi thời gian tàu chạy xuôi dòng là t_1 (h)

Gọi thời gian tàu chạy ngược dòng là t_2 (h)

Gọi V là vận tốc của tàu khi nước yên lặng, ta có: $t_1 + 1 = t_2$ (1)

Vận tốc xuôi dòng là: $V_{xuôi} = \frac{48}{t_1}$

Vận tốc ngược dòng là: $V_{ngược} = \frac{60}{t_2}$

Ta có: $V_{xuôi} = V_{thuc} + 2 \Leftrightarrow \frac{48}{t_1} = V + 2$

$\Leftrightarrow \frac{48}{t_1} = V + 2; V_{ngược} = V_{thuc} - 2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_2} = V - 2$

$\Rightarrow \frac{60}{t_2} + 2 = \frac{48}{t_1} - 2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_2} - \frac{48}{t_1} = -4(2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{60}{t_2} - \frac{48}{t_1} = -4 \\ t_2 - t_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow 4t_1^2 + 16t_1^2 - 48 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -6 \\ t_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow V = 22(km/h)$

Cách 2:

Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/h) ($x > 2$)

Vận tốc xuôi dòng là $x + 2$ (km/h) \Rightarrow thời gian xuôi dòng là $\frac{48}{x+2}$ (h)

Vận tốc ngược dòng là $x - 2$ (km/h) \Rightarrow thời gian ngược dòng là $\frac{60}{x-2}$ (h)

Theo đầu bài ta có phương trình: $\frac{48}{x+2} + 1 = \frac{60}{x-2} \Leftrightarrow x = 22$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22 (km/h)

Bài 39. Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc của dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi

Lời giải

Gọi x là vận tốc xuôi dòng ($x > 0$)

Gọi y là vận tốc ngược dòng ($y > 0$)

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{81}{x} + \frac{105}{y} = 8 \\ \frac{54}{x} + \frac{42}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 21 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

DẠNG 5
TOÁN CÔNG VIỆC

Có rất nhiều cách phân tích đề bài nhưng ở đây dùng cách phân tích bằng cách lập bảng, như sau:

	Thời gian hoàn thành công việc	Năng suất làm việc trong 1 ngày (1 giờ..)
Hai đội (2 vòi ..)	a	$\frac{1}{a}$
Đội 1 (vòi 1 ..)	x	$\frac{1}{x}$
Đội 2 (vòi 2 ..)	y	$\frac{1}{y}$

- Nếu một đội (người) làm xong công việc trong x (đơn vị thời gian: Ngày, giờ, phút,...) thì một đơn vị thời gian đội (người) đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc (xem toàn bộ công việc là 1)
- Nếu một vòi nước chảy đầy bể trong x (đơn vị thời gian: Ngày, giờ, phút,...) thì một đơn vị thời gian vòi nước đó chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)
- Ta thường xem toàn bộ công việc là 1

Bài 40. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy một mình trong 20 phút rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải

Gọi thời gian để vòi 1 chảy 1 mình đầy bể là: x (h); $x > 0$.

Gọi thời gian để vòi 2 chảy 1 mình đầy bể là: y (h); $y > 0$.

Một giờ vòi 1 chảy được: $\frac{1}{x}$ (bể)

Một giờ vòi 2 chảy được: $\frac{1}{y}$ (bể)

Một giờ cả hai vòi chảy được: $\frac{1}{3}$ (bể)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{6x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 12 \end{cases} (TM)$$

Vậy vòi 1 chảy 1 mình đầy bể là: 4 (h). Vòi 2 chảy 1 mình đầy bể là: 12 (h).

Bài 41. Hai bạn An và Bình cùng may khẩu trang để ủng hộ địa phương đang có dịch bệnh Covid-19, thì mất hai ngày mới hoàn thành công việc. Nếu chỉ có một mình bạn An làm việc trong 4 ngày rồi nghỉ và bạn Bình làm tiếp trong 1 ngày nữa thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi người làm riêng một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Lời giải

Gọi thời gian An làm riêng một mình thì hoàn thành công việc là x (ngày, $x > 4$)

Gọi thời gian Bình làm riêng một mình thì hoàn thành công việc là y (ngày, $y > 1$)

Theo bài dễ dàng ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases} (t/m)$$

Bài 42. Một đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Lời giải

Gọi thời gian đội A và đội B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày).

ĐK $x, y > 12$

Mỗi ngày, đội A làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Mỗi ngày, đội B làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Mỗi ngày, hai đội làm được $\frac{1}{12}$ công việc

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)

Trong 8 ngày làm chung, hai đội làm được $\frac{2}{3}$ công việc

Trong 8 ngày tiếp theo, do tăng năng suất gấp đôi nên đội B làm được $\frac{16}{y}$ công việc

Ta có phương trình: $\frac{2}{3} + \frac{16}{y} = 1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{16}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{16}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 48 \end{cases} \text{ (TMDK)}$$

Vậy thời gian đội A và đội B làm một mình xong công việc lần lượt là 16; 48 (ngày).

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 43. Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu?

Lời giải

Gọi thời gian tổ một làm riêng và hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 6$).

Gọi thời gian tổ hai làm riêng và hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 6$)

Mỗi giờ tổ một làm được $\frac{1}{x}$ (phần công việc)

Mỗi giờ tổ hai làm được $\frac{1}{y}$ (phần công việc)

Biết hai tổ làm chung trong 6 giờ thì hoàn thành được công việc nên ta có phương trình: $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$. (1).

Thực tế để hoàn thành công việc này thì tổ hai làm trong 2 giờ và tổ một làm trong $2 + 10 = 12$ (giờ), ta

có phương trình: $\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Nếu làm riêng thì tổ một hoàn thành công việc trong 15 giờ và tổ hai hoàn thành công việc trong 10 giờ.

Bài 44. Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

Lời giải

Gọi thời gian A,B làm riêng xong công việc lần lượt là x, y (ngày), $x, y > 0$.

Mỗi ngày đội A làm riêng được $\frac{1}{x}$ công việc.

Mỗi ngày đội B làm riêng được $\frac{1}{y}$ công việc.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} y - x = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 18 \end{cases}$$

Vì A làm 9 ngày xong nên 3 ngày làm được $\frac{1}{3}$ công việc.

Vì B làm 18 ngày xong nên 3 ngày B làm được $\frac{1}{18}$ công việc, số ngày làm xong $\frac{2}{3}$ công việc còn lại là

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = 12 \text{ ngày.}$$

Bài 45. Hai công nhân cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi công nhân làm một mình thì trong bao lâu xong công việc

Lời giải

Gọi thời gian người thứ nhất làm xong công việc là $x(h)$ ($x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai làm xong công việc là $y(h)$ ($y > 0$)

Trong 1(h) người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Trong 1(h) người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

Vậy thời gian người thứ nhất hoàn làm xong công việc là $24(h)$

thời gian người thứ hai hoàn làm xong công việc là $48(h)$.

Bài 46. Hai tổ công nhân cùng làm chung một công việc và dự định hoàn thành công việc trong 6 giờ. Nhưng khi làm chung được 5 giờ thì tổ 2 được điều động đi làm việc khác. Do cải tiến cách làm năng

suất của tổ 1 tăng 1,5 lần nên tổ 1 đã hoàn thành nốt phần công việc còn lại trong 2 giờ. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu mới xong công việc?

Lời giải

Gọi thời gian để một mình tổ 1 làm xong công việc là $x(h)$

Thời gian một mình tổ 2 làm xong công việc là $y(h)$ ($x > 6; y > 6$)

Trong 1 giờ tổ 1 làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Trong 1(h) người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc $\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)

Trong 5 giờ cùng làm cả hai tổ làm được $5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

Trong 2(h) tổ 1 làm với năng suất 1,5 lần nên được: $2 \cdot \frac{1,5}{x} = \frac{3}{x}$ công việc

$$\Rightarrow 5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{3}{x} = 1(2) \Rightarrow \begin{cases} x = 18(h) \\ y = 9(h) \end{cases}$$

Vậy thời gian tổ một một mình làm xong công việc là $18(h)$

Vậy thời gian tổ một một mình làm xong công việc là $9(h)$

Bài 47. Hướng ứng chiến dịch tình nguyện “ Mùa hè xanh” để giúp học sinh vùng cao đến trường thuận lợi hơn, hai tổ thanh niên A và B tham gia sửa một đoạn đường. Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ xong việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sửa xong đoạn đường đó trong bao lâu?

Lời giải

Gọi x (giờ) là thời gian tổ thanh niên A sửa xong đoạn đường đó một mình.

Gọi y (giờ) là thời gian tổ thanh niên B sửa xong đoạn đường đó một mình.

Điều kiện: $x, y > 0$.

Trong 1 giờ, tổ thanh niên A làm riêng sửa được $\frac{1}{x}$ đoạn đường và tổ thanh niên B làm riêng sửa được

$\frac{1}{y}$ đoạn đường.

Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ là xong việc nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$ (1).

Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ nên ta có phương trình

$$y - x = 12 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ y - x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+12} = \frac{1}{8} \\ y = x+12 \end{cases} (*)$.

Xét phương trình (*) $\Rightarrow 8 \cdot (x+12) + 8x = x(x+12)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \Rightarrow y = 24(TM) \\ x = -8(L) \end{cases}$$

Vậy: Thời gian tổ thanh niên A sửa xong đoạn đường đó một mình là 12 giờ.

Thời gian tổ thanh niên B sửa xong đoạn đường đó một mình là 24 giờ.

Bài 48. Hai máy cày có công suất khác nhau cùng làm việc đã cày được $\frac{1}{6}$ cánh đồng trong 15 giờ. Nếu máy 1 cày trong 12 giờ, máy 2 cày trong 20 giờ thì cả hai máy cày được 20% cánh đồng. Hỏi nếu mỗi máy làm việc riêng thì sẽ cày xong cánh đồng trong bao lâu?

Lời giải

Gọi $x(h)$, $y(h)$ là thời gian để máy thứ nhất, thứ hai cày xong cánh đồng ($x, y > 90$)

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{15}{x} + \frac{15}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{12}{x} + \frac{20}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}$$

Bài 49. Cho một bể cạn (không có nước). Nếu hai vòi nước cùng được mở để chảy vào bể này thì sẽ đầy bể sau 4 giờ 48 phút. Nếu mở riêng từng vòi chảy vào bể thì thời gian vòi một chảy đầy bể sẽ ít hơn thời gian vòi hai chảy đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Lời giải

$$\text{Đổi 4 giờ 48 phút} = 4\frac{4}{5} \text{ giờ} = \frac{24}{5} \text{ giờ}$$

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể trong x (giờ, $x > \frac{24}{5}$)

Gọi thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể trong y (giờ, $y > \frac{24}{5}$)

Biết hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{24}{5}$ giờ thì đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1$ (1)

Nếu chảy riêng thì vòi một chảy đầy bể nhanh hơn vòi hai là 4 giờ nên ta có phương trình: $x = y - 4$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được: $\begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy vòi một chảy một mình trong 8 giờ thì đầy bể và vòi hai chảy một mình trong 12 giờ thì đầy bể.

Bài 50. Hai máy bơm nước vào ruộng. Nếu cho máy thứ nhất bơm suốt trong 8 giờ mới mở máy thứ hai cùng bơm thêm 4 giờ nữa mới đầy bể. Nếu cho máy bơm thứ nhất bơm suốt trong 16 giờ 30 phút mới mở máy thứ hai cùng bơm thêm 3 giờ nữa thì mới đầy ruộng. Nếu dùng một máy bơm thì phải bơm trong bao lâu nước mới đầy ruộng?

Lời giải

Gọi thời gian máy 1 bơm đầy bể là $x(h)$

Gọi thời gian máy 2 bơm đầy bể là $y(h)$ ($x > y > 1$)

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{8}{x} + 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{21}{2x} + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$

Vậy thời gian máy 1 bơm đầy bể là $18(h)$

thời gian máy 2 bơm đầy bể là $12(h)$.

Bài 51. Hai vòi nước cùng chảy vào 1 cái bể không có nước trong 6(h) thì đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy riêng cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Lời giải

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ y - x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy vòi thứ nhất chảy trong 10 giờ

Vòi thứ hai chảy trong 15 giờ thì đầy bể.

DẠNG 6
TOÁN VỀ TỈ SỐ PHẦN TRĂM

- Chú ý rằng: $a\% = \frac{a}{100}$
- Tỉ số của hai số a và b là $\frac{a}{b}$

Bài 52. Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, 1 tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kĩ thuật mới nên I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12% , vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số khẩu trang tổ I sản xuất theo kế hoạch.

Gọi y là số khẩu trang tổ II sản xuất theo kế hoạch.

(Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$; $0 < x, y < 720000$)

Theo dự định: $x + y = 720000$

Theo thực tế:

Số khẩu trang tổ I làm được: 115%. x hay 1.15. x (khẩu trang)

Số khẩu trang tổ II làm được: 112%. y hay 1.12. y (khẩu trang)

Ta có phương trình $1,15.x + 1,12.y = 819000$

Ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 720000 \\ 1,15.x + 1,12.y = 819000 \end{cases}$$

Giải tìm được $\begin{cases} x = 420000 \\ y = 300000 \end{cases}$ (Nhận)

Vậy theo kế hoạch tổ I sản xuất 420000 khẩu trang, tổ II sản xuất 300000 khẩu trang

Bài 53. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

Lời giải

Gọi số thí sinh tham dự của trường A và trường B lần lượt là $x, y (x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 350)$.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 350 \\ \frac{97}{100}x + \frac{96}{100}y = 338 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

Bài 54. Có hai loại quặng sắt, quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

Lời giải

Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y) \\ \frac{60}{100}(x + 10) + \frac{50}{100}(y - 10) = \frac{17}{30}(x + 10 + y - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 55. Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong 1 thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ 1,2 là theo kế hoạch là $x, y (x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 800)$

$\Rightarrow x + y = 800 \quad (1)$

Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10% tức là: $\frac{10}{100}.x$

Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 2 vượt mức 20% tức là: $\frac{20}{100}.y$

Vì cả hai tổ làm được 910 sản phẩm nên: $(x + \frac{10}{100}.x) + (y + \frac{20}{100}.y) = 910(2)$

Từ (1)(2) $\Rightarrow \begin{cases} x + y = 800 \\ 2 + 2y = 910 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \end{cases}$

Vậy số sản phẩm tổ 1 làm được là 500 (sản phẩm)

số sản phẩm tổ 2 làm được là 300 (sản phẩm)

Bài 56. Trên địa bàn thành phố X, có 1850 học sinh lớp 9 đăng ký dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng ký dự thi vào lớp 10.

Lời giải

Gọi số học sinh đăng ký vào trường A và B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}, x < 1850, y < 1850$)

Do cả hai trường đăng ký 1850 học sinh nên ta có: $x + y = 1850$ (1)

Vì tỉ lệ trúng tuyển của trường A và B lần lượt là 30% & 80% nên ta có phương trình
 $0,3x + 0,8y = 680$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1850 \\ 0,3x + 0,8y = 680 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1600 \\ y = 250 \end{cases}$

Vậy số học sinh đăng ký của hai trường A và B lần lượt là 1600hs ; 250hs

Bài 57. Để chuẩn bị trao thưởng cho học sinh giỏi cuối năm học, trường THCS X cần mua 2000 quyển vở và 400 cây bút để làm phần thưởng. Nhà trường dự tính để mua với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng. Vì mua với số lượng lớn nên đại lý bán quyết định giảm giá 5% cho mỗi quyển vở và 6% cho mỗi cây bút, vì thế nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng. Tính giá tiền niêm yết của mỗi quyển vở và mỗi cây bút

Lời giải

Gọi giá niêm yết của mỗi quyển vở là x (đồng), mỗi cây bút là y (đồng)

($x > 0, y > 0$)

Vì mua 2000 quyển vở và 400 cây bút với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng nên ta có phương trình $2000x + 400y = 18400000$ (1)

Giá mỗi quyển vở sau khi giảm 5% là : $0,95x$ (đồng)

Giá mỗi cây bút sau khi giảm 6% là $0,94y$ (đồng)

Vì nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng nên ta có phương trình :

$0,95.2000x + 0,94.400y = 17456000 \Leftrightarrow 1900x + 376y = 17456000$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$\begin{cases} 2000x + 400y = 18400000 \\ 1900x + 376y = 17456000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8000 \\ y = 6000 \end{cases} (tm)$

Vậy giá niêm yết mỗi quyển vở là 8000 đồng, mỗi cây bút là 6000 đồng

Bài 58. Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng. Sau khi giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá.

Lời giải

Gọi giá tiền của máy giặt và ti vi là x, y (ngàn đồng) ($0 < x, y < 28690$)

Vì giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng nên ta có phương trình :

$$0,9x + 0,85y = 24961 \quad (1)$$

Và một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng nên ta có phương trình :

$$x + y = 28690 \quad (2). \text{ Từ (1),(2) ta có hệ :}$$

$$\begin{cases} x + y = 28690 \\ 0,9x + 0,85y = 24961 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11490 \\ y = 17200 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy giá tiền 1 máy giặt , 1 ti vi lần lượt là 11490000 đồng, 17200000 đồng

Bài 59. Hưởng ứng ngày “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2022”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu ?

Lời giải

Gọi giá ghi trên hai quyển sách tham khảo môn Toán và môn Ngữ văn lần lượt là x, y (nghìn đồng)

(ĐK: $x, y > 0$)

Do tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng nên ta có phương trình

$$x + y = 195 \quad (1)$$

Giá tiền quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% là $(1 - 20\%)x = 0,8x$ (nghìn đồng)

Giá tiền quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% là $(1 - 35\%)y = 0,65y$ (nghìn đồng)

Theo bài ra ta có phương trình: $0,8x + 0,65y = 138 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} x + y = 195 \\ 0,8x + 0,65y = 138 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8x + 0,8y = 156 \\ 0,8x + 0,65y = 138 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,15y = 18 \\ x + y = 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 120 \\ x + 120 = 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 120 \\ x = 75 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện $x = 75$ và $y = 120$ (thỏa mãn)

Vậy giá ghi trên quyển sách tham khảo môn Toán là 75000 đồng và giá ghi trên quyển sách tham khảo môn Ngữ văn là 120000 đồng.

Bài 60. Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy, sang tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15% và tổ 2 vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng một mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Lời giải

	2 tổ	Tổ 1	Tổ 2
Tháng 1	800	x	y
Tháng 2	945	$115\%.x$	$120\%.y$
Phương trình	$\begin{cases} x + y = 800 \\ 115\%.x + 120\%.y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$		

Bài 61. Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100lít dung dịch 50% axit nitric?

Đáp số: (20;80)

Bài 62. Một hợp kim gồm đồng và kẽm trong đó có 5 gam kẽm. Nếu thêm 15 gam kẽm vào hợp kim này thì được một hợp kim mới mà trong đó lượng đồng đã giảm so với lúc đầu là 30%. Tìm khối lượng ban đầu của hợp kim?

Đáp số: 25 gam hoặc 10 gam.

Bài 63. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại.

Đáp số: (0,5;1,5)

Bài 64. Hai anh Quang và Hùng góp vốn cùng kinh doanh. Anh Quang góp 15 triệu đồng. Anh Hùng góp 13 triệu đồng. Sau một thời gian được lãi 7 triệu đồng. Lãi được chia tỉ lệ với vốn đã góp. Hãy tính tiền lãi mỗi anh được hưởng.

Đáp số: (3750 000 ; 3250 000)

Bài 65. Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: 1500đ/kWh

Bậc 2: Từ $101kWh$ đến $150kWh$ thì giá điện là: 2000đ/kWh

Bậc 3: Từ $151kWh$ trở lên thì giá điện là: 4000đ/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng $170kWh$ thì có $100kWh$ tính theo giá bậc 1, có $50kWh$ tính theo giá bậc 2 và có $20kWh$ tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000 đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Lời giải

Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ $101kWh$ đến $150kWh$ thì giá điện là: $2000đ/kWh$

Bậc 3: Từ $151kWh$ trở lên thì giá điện là: $4000đ/kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng $170kWh$ thì có $100kWh$ tính theo giá bậc 1, có $50kWh$ tính theo giá bậc 2 và có $20kWh$ tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000 đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng $30%$, nhà bạn B tăng $20%$, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là $x(x > 0)$ (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là $y(y > 0)$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560000 nên ta có phương trình $x + y = 560000$ (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là $x + 30\%x = 1,3x$ (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là: $y + 20\%y = 1,2y$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701000 nên ta có phương trình: $1,3x + 1,2y = 701000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 1,3(560000 - y) + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 728000 - 0,1y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 0,1y = 27000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

Nhận thấy: $290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là $100 + 50 + 10 = 160(kWh)$.

DẠNG 7
TOÁN THỰC TẾ

Bài 66. Trong một phòng học có một số bàn, nếu xếp mỗi bàn 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ ngồi, nếu xếp mỗi bàn 4 học sinh thì thừa 1 bàn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu bàn và bao nhiêu học sinh.

Lời giải

- Gọi số bàn là x ($x \in \mathbb{Z}^+$)

- Gọi số học sinh là y ($y \in \mathbb{Z}^+$)

- Nếu xếp mỗi bàn 3 học sinh thì số học sinh là $3x$

Còn 6 học sinh không có chỗ nên số học sinh là $3x + 6$

$$\Rightarrow 3x + 6 = y \quad (1)$$

- Nếu xếp mỗi bàn 4 học sinh thì thừa 1 bàn nên số học sinh là: $4(x-1) \Rightarrow 4(x-1) = y \quad (2)$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow x = 10; y = 36$$

Vậy lớp đó có 10 bàn và 36 học sinh

Bài 67. Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán giả hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dãy ghế ban đầu của khán đài.

Lời giải

Gọi số dãy ghế ban đầu của khán đài là x (dãy) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số ghế mỗi dãy ban đầu là y (ghế) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Vì ban đầu, khán đài của Nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế nên ta có phương trình : $xy = 1188(1)$

Lúc sau :

Số dây ghề là $x + 2$ (dây), số ghề ở mỗi dây là $y + 4$ (ghề)

Vì, lúc sau, khán đài được tăng thêm 254 ghề nên ta có phương trình :

$$(x + 2)(y + 4) = xy + 254 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} xy = 1188 \\ (x + 2)(y + 4) = xy + 254 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ xy + 4x + 2y + 8 = xy + 254 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ 4x + 2y = 246 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ 2x + y = 123 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1188 \\ y = 123 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(123 - 2x) = 1188 \\ y = 123 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{99}{2} (ktm) \\ x = 12 (tm) \end{cases}$$

Vậy số dây ghề ban đầu của khán đài là 12 dây

Bài 68. Bạn A dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng. Thực tế, A mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90 000 đồng. Tính giá tiền của 1kg xoài và giá của 1kg quả vải

Lời giải

Gọi giá tiền của 1kg quả xoài là x (đồng)

Giá tiền của 1kg quả vải là y (đồng) ($x > 0, y > 0$)

Bạn A dự định mua 2kg quả xoài và 2kg quả vải hết 100 000 đồng

$$\Rightarrow 2x + 2y = 100\,000 \Leftrightarrow x + y = 50\,000 \quad (1)$$

Thực tế, A mua 3kg quả xoài và 1kg quả vải hết 90 000 đồng

$$\Rightarrow 3x + y = 90\,000 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 50\,000 \\ 3x + y = 90\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20\,000 \\ y = 30\,000 \end{cases} (tm)$$

Vậy 1kg xoài giá 20 000 đồng và giá 1kg vải giá 30 000 đồng .

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 69. Lớp 9A giao cho An đi mua bánh và kẹo để tổ chức liên hoan. An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng. Biết rằng, giá mỗi hộp bánh là như nhau, giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá mỗi hộp bánh hơn giá mỗi túi kẹo là 10 nghìn đồng. Tính giá tiền để mua một hộp bánh và giá tiền để mua một túi kẹo.

Lời giải

Gọi giá tiền 1 hộp bánh là x (nghìn đồng) ($x > 0$)

Giá tiền 1 túi kẹo là y (nghìn đồng) ($y > 0$)

An mua tất cả 15 hộp bánh và 5 túi kẹo với số tiền phải trả là 850 nghìn đồng.

$$15x + 5y = 850 \quad (1)$$

Vì giá mỗi túi kẹo là như nhau và giá mỗi hộp bánh hơn giá mỗi túi kẹo là 10 nghìn đồng nên ta có phương trình $x - y = 10$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 15x + 5y = 850 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 5y = 850 \\ 5x - 5y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x = 900 \\ y = x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 35 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy giá tiền 1 hộp bánh và 1 túi kẹo lần lượt là 45000 đồng và 35000 đồng.

Bài 70. Một tổ may gồm 47 công nhân cả nam và nữ được giao nhiệm vụ may 350 chiếc áo cho cô động viên để cổ vũ đội tuyển U23 Việt Nam tại SEA GAME 31. Để hoàn thành nhiệm vụ, mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo. Tính số công nhân nam và số công nhân nữ của tổ may đó.

Lời giải

Gọi số công nhân nam nữ lần lượt là x, y (người) ($x, y \in \mathbb{N}^*, x; y < 47$)

Vì tổ may gồm 47 công nhân $\Rightarrow x + y = 47$ (1)

Và mỗi công nhân nam may 8 chiếc áo, mỗi công nhân nữ may 7 chiếc áo, may được tổng cộng 350 chiếc áo nên ta có phương trình $8x + 7y = 350$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 47 \\ 8x + 7y = 350 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 21 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy tổ có 26 công nhân nam và 21 công nhân nữ

Bài 71. Một đoàn khách du lịch gồm 40 người dự định tham quan đỉnh núi Bà Đen, nóc nhà Đông Nam Bộ bằng cáp treo khứ hồi (gồm lượt lên và lượt xuống). Nhưng khi tới nơi có 5 bạn trẻ muốn khám phá bằng đường bộ khi leo lên còn lúc xuống sẽ đi cáp treo để trải nghiệm nên 5 bạn chỉ mua vé lượt xuống, do đó đoàn đã chi ra 9.450.000 đồng để mua vé. Hỏi giá cáp treo khứ hồi và giá vé 1 lượt là bao nhiêu? Biết rằng giá vé 1 lượt rẻ hơn giá vé khứ hồi là 110.000 đồng.

Lời giải

Gọi giá vé cáp treo khứ hồi và giá vé cáp treo 1 lượt lần lượt là x và y (đồng),

($x > y > 0, x > 110.000$).

Vì giá vé cáp treo 1 lượt rẻ hơn giá vé cáp treo khứ hồi là 110.000 đồng nên ta có phương trình:

$$x - y = 110.000$$

Có $40 - 5 = 35$ người mua vé cáp treo khứ hồi và 5 người mua vé cáp treo 1 lượt nên ta có phương trình:

$$35x + 5y = 9.450.000 \Leftrightarrow 7x + y = 1.890.000 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 110.000 \\ 7x + y = 1.890.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 2.000.000 \\ y = x - 110.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250.000 \text{ (tm)} \\ y = 250.000 - 110.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250.000 \\ y = 140.000 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy giá vé cáp treo khứ hồi là 250.000 đồng và giá vé cáp treo 1 lượt là 140.000 đồng.

Bài 72. Theo các chuyên gia về sức khỏe, người trưởng thành cần đi bộ từ 5000 bước mỗi ngày sẽ rất tốt cho sức khỏe. Để rèn luyện sức khỏe, anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất 6000 bước. Hai người cùng đi bộ ở công viên và thấy rằng, nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước. Hai người cùng giữ nguyên tốc độ đi như vậy nhưng chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước. Hỏi mỗi ngày anh Sơn và chị Hà cùng đi bộ trong 1 giờ thì họ đã đạt được số bước tối thiểu mà mục tiêu đề ra hay chưa? (Giả sử tốc độ đi bộ hàng ngày của hai người không đổi).

Lời giải

Gọi số bước anh Sơn đi bộ trong 1 phút là x (bước) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Gọi số bước chị Hà đi bộ trong 1 phút là y (bước) ($y \in \mathbb{N}^*$, $y < x$).

2 phút anh Sơn đi được $2x$ (bước)

2 phút chị Hà đi được $2y$ (bước)

Nếu đi cùng trong 2 phút thì anh Sơn đi nhiều hơn chị Hà 20 bước nên: $2x - 2y = 20$ (1)

3 phút anh Sơn đi được $3x$ (bước)

5 phút chị Hà đi được $5y$ (bước)

Do chị Hà đi trong 5 phút thì nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước nên: $5y - 3x = 160$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 20 \\ 5y - 3x = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ 5y - 3x = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ 5y - 3(10 + y) = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ 2y = 190 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ y = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 105 \\ y = 95 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện suy ra $x = 105$, $y = 95$

Mỗi ngày anh Sơn đi bộ trong 1 giờ nên số bước anh Sơn đi là $105 \cdot 60 = 6300$ (bước)

Mỗi ngày chị Hà đi bộ trong 1 giờ nên số bước chị Hà đi là $95 \cdot 60 = 5700$ (bước)

Vậy anh Sơn đạt được mục tiêu đề ra còn chị Hà thì không đạt được mục tiêu đề ra là 6000 bước mỗi ngày.

Bài 73. Đại hội Thể thao Đông Nam Á – SEA Games (South East Asian Games) là sự kiện thể thao được tổ chức 2 năm 1 lần với sự tham gia của các vận động viên trong khu vực Đông Nam Á. Việt Nam là chủ nhà của SEA Games 31 diễn ra từ ngày 12/5/2022 đến ngày 23/5/2022.



Ở môn bóng đá nam, một bảng đấu gồm có 5 đội A, B, C, D, E thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt (mỗi đội thi đấu đúng một trận với các đội còn lại). Trong mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua được 0 điểm.

a) Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu đã diễn ra ở bảng đấu trên?

b) Khi kết thúc bảng đấu, các đội A, B, C, D, E lần lượt có điểm số là 10, 9, 6, 4, 0. Hỏi có bao nhiêu trận hòa và cho biết đó là trận hòa giữa các đội nào (nếu có)?

Lời giải

a) Nếu có 5 đội tham gia thi đấu, mỗi đội phải đấu với 4 đội còn lại nên với 5 đội tham gia thì có $5 \cdot 4 = 20$ trận đấu. Nhưng mỗi trận đấu có 2 đội tham gia nên tổng số trận đấu khi có 5 đội tham gia là $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ trận đấu.

b) Tổng số điểm của các đội là $10 + 9 + 6 + 4 + 0 = 29$ điểm.

Gọi x là số trận thắng – thua và y là số trận hòa.

Vì có 10 trận nên ta có: $x + y = 10$ (1)

Mỗi trận thắng – thua có tổng số điểm là 3 và mỗi trận hòa có tổng số điểm là 2 nên ta có phương trình: $3x + 2y = 29$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $x = 9$ và $y = 1$.

Mỗi đội có 4 trận đấu với các đội còn lại mà đội A có 10 điểm tức đội A thắng 3 trận hòa 1 trận. Đội B có 9 điểm tức thắng 3 trận thua 1 trận. Đội C có 6 điểm tức thắng 2 trận thua 2 trận. Đội D có 4 điểm tức thắng 1 trận hòa 1 trận. Đội E không có điểm tức thua hết 4 trận. Vậy trận hòa là của đội A và đội D.